

文章编号: 1674-9057(2014)01-0063-05

doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2014.01.010

砂土地震液化预测的 Bayes 判别模型及其应用

张紫昭^{1a,2}, 陈巨鹏^{1b}, 陈凯², 崔春雷³

(1. 新疆大学 a. 地质与矿业工程学院; b. 建筑工程学院, 乌鲁木齐 830046;

2. 中国矿业大学 资源与地球科学学院, 江苏 徐州 221116; 3. 江西省勘察设计研究院, 南昌 330095)

摘要: 基于 Bayes 判别分析理论, 在分析影响砂土液化因素的基础上, 选取影响地震砂土液化因素的 8 个实测因子 (地震烈度 I 、震中距 L 、地下水位 d_w 、砂层埋藏深度 d_s 、标贯击数 $N_{63.5}$ 、砂土颗粒平均粒径 d_{50} 、不均匀系数 C_u 和剪应力比 τ_d/σ_v) 作为砂土地震液化判别指标, 以唐山大地震中 21 组典型的砂土地震液化资料为学习样本, 建立了唐山地区砂土地震液化预测的 Bayes 判别分析模型, 并选用其他 9 组待检样本对判别模型进行验证。结果表明, Bayes 判别分析模型预测性能良好, 具有预测准确度高、回判估计的误判率低等特点, 是解决砂土液化预测问题的有效方法之一。

关键词: 砂土液化; Bayes 判别分析; 判别指标; 判别模型

中图分类号: TU441.4

文献标志码: A

砂土液化是指饱和砂土或粉土在一定强度的动荷载作用下, 砂土或粉土受到强烈振动后, 土粒处于悬浮状态, 致使土体失去强度而造成地基失效的一种现象^[1]。像地震、机器震动、爆破等一系列动荷载都可以引起砂土液化, 其中通常以地震引起的砂土液化更具有破坏范围广、危害性大等特点, 常常会造成工程场地涌砂、地基失效、滑塌和地面塌陷等严重后果。因此, 为保证工程场地的安全性, 对砂土地震液化进行理论研究和预测具有重要的理论意义和工程实践指导作用。

对于砂土地震液化的预测, 不同学者从模拟试验、现场观测和应用理论等方面进行了不同深度的研究工作, 相继提出了规范公式^[2]和 Seed 法^[3]等方法。此外, 随着软科学决策方法的发展, 一些学者将非确定灰色理论法^[4]、Fisher 判别分析法^[5]、Logistic 回归分析法^[6]、人工神经网络法 (ANN)^[7]和支持向量机法 (SVM)^[8]等应用到砂土地震液化的研究方向, 均取得了一些重要的研

究成果。然而这些预测方法都存在着一定的缺陷和局限性, 不是算法比较复杂、不便于现场操作, 就是考虑的因素过于单一、预测精度不高。基于此, 本文建立了基于 Bayes 判别法的砂土地震液化判别模型。

Bayes 判别分析法不同于距离判别分析法和 Fisher 判别分析法, 它是以观测样本的多元分布为基础, 对其多元正态分布概率密度提供的信息计算后验概率, 然后对观测样本进行归类识别的一种判别分析方法。它既考虑到了各个总体出现的先验概率, 又考虑到了因为错判而造成的损失, 所以在自然科学和社会科学的各个领域得到了广泛应用^[9]。因此, 本文依据 Bayes 判别分析的基本理论和方法, 在综合考虑影响砂土地震液化因素的基础上, 初步选取影响地震砂土液化因素的 8 个实测因子作为砂土地震液化判别指标, 建立了砂土地震液化的 Bayes 判别分析模型, 并通过工程实例进行检验, 取得了较好的应用效果。

收稿日期: 2013-05-20

基金项目: 中国地质调查局资助项目 (1212011120477); 新疆大学天山学者特聘教授科研基金项目 (11100213); 新疆维吾尔自治区教育厅自然科学基金项目 (XJEDU2013S06); 新疆大学校院联合基金项目 (XY110140)

作者简介: 张紫昭 (1981—), 男, 硕士, 讲师, 研究方向: 工程地质勘察, 253569481@qq.com。

引文格式: 张紫昭, 陈巨鹏, 陈凯, 等. 砂土地震液化预测的 Bayes 判别模型及其应用 [J]. 桂林理工大学学报, 2014, 34 (1): 63-67.

1 Bayes 判别分析方法

Bayes 判别分析的基本思想: 首先假定对进行研究的对象已有一定的认识, 并且经常用先验概率分布来描述这种认识, 然后用抽取的样本来修正之前已有的认识, 进而得到后验概率分布, 其后的各种统计推断都基于后验概率分布来进行。本文主要是基于两个正态总体的 Bayes 判别分析。两正态总体的 Bayes 判别方法如下。

① 马氏距离的定义及其判别函数

设 G 是 p 维总体, 数学期望和协方差矩阵分别为 μ 和 Σ , p 维样本 x 到总体 G 的马氏距离定义为

$$d^2(x, G) = (x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu) \quad (1)$$

设 G_1 和 G_2 为两个不同的 p 维总体, 数学期望分别为 μ_1 和 μ_2 , 协方差矩阵分别为 Σ_1 和 Σ_2 , 观察样品 x 到两个正态总体的马氏距离的平方差, 根据式(1)可得出

$$d^2(x, G_2) - d^2(x, G_1) = 2(x - \bar{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2),$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad (2)$$

$W(x)$ 为 Bayes 判别函数, 令

$$W(x) = (x - \bar{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \quad (3)$$

② 先验概率的确定

Bayes 判别方法首先要求统计者给出先验概率 $P_i (i = 1, \dots, k, k$ 表示有 k 个总体) 的具体数值。一般情况下, 先验概率 P_i 的值可以通过利用学习样本中两个总体所占全部总体的比例来确定, 分别为 P_1 和 P_2 , 且这 2 个正态总体的先验概率总和为 1, 即: $P_1 + P_2 = 1$ 。

③ 两正态总体的判别准则

假设两总体 G_1 和 G_2 的先验概率分布分别为 P_1 和 P_2 , 误判损失分别为 $c(2/1)$ 和 $c(1/2)$, 对给定的样品 x , 计算两正态总体的概率密度函数在 x 处的函数值, 则 Bayes 函数的判别准则为

$$\begin{cases} \text{若 } W(x) \geq \frac{P_2 c(1/2)}{P_1 c(2/1)}, x \in G_1; \\ \text{若 } W(x) < \frac{P_2 c(1/2)}{P_1 c(2/1)}, x \in G_2. \end{cases} \quad (4)$$

④ 判别准则的评价

可以通过以学习样本为基础的回代估计法计算误判率来评价两正态或多正态总体的 Bayes 判别

准则的优劣性。误判率的回代估计为

$$\eta = \frac{n_{12} + n_{21}}{n_1 + n_2} \quad (5)$$

式中: n_{12} —将属于总体 G_1 的样本误判为总体 G_2 的个数; n_{21} —将属于总体 G_2 的样本误判为总体 G_1 的个数。

2 砂土地震液化预测的 Bayes 判别模型

2.1 判识指标的选取

影响砂土地震液化的因素有很多, 根据震后现场实际观测, 以及参考相关研究成果, 经过综合分析后, 主要有三大类影响因素^[10], 即动力荷载条件、砂土的埋藏条件和砂土的性质条件, 具体包括以下 8 个实测指标: 地震烈度 (X_1)、震中距 (X_2)、地下水位 (X_3)、砂层埋藏深度 (X_4)、标贯击数 (X_5)、砂土颗粒平均粒径 (X_6)、不均匀系数 (X_7) 和剪应力比 (X_8) 等。其中, 剪应力比 (τ_d/σ_v) 是表示砂土抗液化能力的综合体现, 具体反映了发生地震时动力荷载的大小、砂土的性质条件以及上覆有效压力的综合影响, 可以比较容易地把现场资料和室内试验的结果结合起来分析, 是判识砂土液化比较理想的实测因子; 而在 Seed 法中是将剪应力比与标贯击数 $N_{63.5}$ 结合起来评价的^[7]。

2.2 判别模型的建立

参考文献 [7] 中所提供的发生在唐山大地震中砂土液化的 21 组实测资料作为学习样本, 其余 9 组实测资料作为待检样本, 并将砂土地震液化发生的可能性分为两大类: 液化和未液化。

按照上述 Bayes 判别分析方法的原理和计算步骤, 建立砂土地震液化危险性预测的 Bayes 判别模型, 其中先验概率按照每个总体样本个数所占总样本数的比例进行分配, 即 $P_1 = 15/21$, $P_2 = 6/21$ 。该分析方法同其他多元统计方法一样, 如 Fisher 判别分析法和距离判别分析法, 具有样本数量多和计算量大的特点, 借助计算器或者手工均难以完成, 因此本文采用国际上通用且处理结果能被其他研究领域的学者普遍认可的 SPSS 统计分析软件, 文献 [11-12] 运用 Bayes 判别理论以及结合 SPSS 软件分别对岩体质量等级和矿井突水水源进行了分类判别, 取得了比较理想的效果, 为本文应用 Bayes

判别理论对砂土地震液化的判别提供了技术支持。程^[9], 由此得到了 Bayes 判别函数的各项系数, 如笔者采用 SPSS 软件来实现判别模型建立的过 表 1 所示。

表 1 Bayes 判别函数各项系数
Table 1 Coefficients of Bayes discriminant functions

判别函数	常数项	$X_1/\text{度}$	X_2/km	X_3/m	X_4/m	$X_5/\text{击}$	X_6/mm	X_7	X_8
$W_1(Y)$	-3 405.511	1 139.631	-3.994	-236.472	29.013	8.420	-92.843	2.365	-7 987.276
$W_2(Y)$	-3 973.353	1 232.322	-4.717	-253.083	31.871	8.830	-78.645	1.589	-8 579.428

根据表 1 中 Bayes 判别函数各项系数, 可以建立如下两个线性判别函数表达式

$$W_1(Y) = -3\,405.511 + 1\,139.631X_1 - 3.994X_2 - 236.472X_3 + 29.013X_4 + 8.42X_5 - 92.843X_6 + 2.365X_7 - 7\,987.276X_8; \quad (6)$$

$$W_2(Y) = -3\,973.353 + 1\,232.322X_1 - 4.717X_2 - 253.083X_3 + 31.871X_4 + 8.83X_5 - 78.645X_6 + 1.589X_7 - 8\,579.428X_8. \quad (7)$$

式中: $W_1(Y)$ 、 $W_2(Y)$ 分别表示砂土液化和砂土未液化; X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5 、 X_6 、 X_7 、 X_8 分别表示地震烈度 I (度)、震中距 L (km)、地下水水位 d_w (m)、砂土层埋藏深度 d_s (m)、标贯击数 $N_{63.5}$ (击)、砂土颗粒平均粒径 d_{50} (mm)、不均匀系数 C_u 和剪应力比 τ_d/σ_v 。

经过 SPSS 统计软件对表 2 中的 21 组样本数据分析, 具体得出该判别函数的特征值为 17.215, 典型相关系数为 0.972, 累计解释方差量为 100%, 说明此判别函数能完全解释表 2 中的 21 组样本数据的信息; 接着对该判别函数进行了判别效果的检验, 具体使用 Wilk 检验方法, 得出 Lambda 值为 0.055, 卡方统计量为 43.534, 显著性概率为 0.000, 表明该判别函数的判别效果非常显著, 误判率也比较小。结合以上两点, 表明应用 Bayes 理论建立的判别模型具有数理统计意义, 可以进行下一步的判别检验。

具体使用 Bayes 判别函数的方法是将待判样本的数据信息代入判别函数式 (6) 和 (7) 中, 可以得到 2 个函数值, 通过分别计算待判别样本的函数值与液化和非液化组中心值的距离进行判别, 哪个数值大就判别被预测的样本属于哪一类, 经过计算液化组的中心值为 2.496, 非液化组的中心值为 -6.240。

2.3 判别模型的检验

根据已建立的 Bayes 判别模型 (6) 和 (7), 对 21 组砂土地震液化学习样本利用回代估计法计算误判率, 从回判结果 (表 2) 可以看出, 其与实际情况完全一致, 误判率为 0; 此外, 与文献 [5] 中应用规范法、Seed 法的判别结果进行对比可以看出, Bayes 判别模型的分类结果和实际情况完全相同, 而应用规范法和 Seed 法判别都出现了不同数量样本个数的错判。

为了更进一步检验该模型的有效性和科学性, 利用上述所建立的 Bayes 判别模型对该地区其余 9 组待检样本进行判别分析 (表 3), 计算过程见表 4。从结果可以看出, 9 组待检样本的判识结果与实际情况完全相符。因此, 将 Bayes 判别分析法用于砂土地震液化的预测是有效、可行的。

3 结 论

(1) 将 Bayes 判别分析法应用到砂土地震液化预测中, 在综合考虑影响砂土地震液化因素的基础上, 初步选取 3 大类 8 个实测指标作为判别因子, 利用发生在唐山大地震中砂土地震液化的实测资料, 建立了 Bayes 判别函数模型。经模型检验及实例计算结果证明, Bayes 判别方法的计算过程简单、模型结构稳定, 对砂土液化发生与否的预测具有较强的判别能力。

(2) Bayes 判别方法应用于砂土地震液化的预测还只是初步尝试。利用该方法进行具体工程判定时, 必须要考虑到该地区砂土地震液化的实际状况和特点。此外, 该判别分析模型是建立在有限的工程实例基础上, 受原始资料数据代表性、准确性的影响。因此, 在实际工程应用中, 应广泛收集工程实测资料, 不断完善和修正该判别模型, 以增强该判别模型的适用性。

表2 砂土地震液化学习样本及测试结果

Table 2 Training samples and test results of sand liquefaction

样本序号	判别指标								判别结果			
	X_1 /度	X_2 /km	X_3 /m	X_4 /m	X_5 /击	X_6 /mm	X_7	X_8	实际结果	规范公式	Seed法	Bayes模型
1	7	83.3	1.2	2.45	8	0.187	4	0.09	1	1	1	1
2	7	76.8	0.5	1.7	3	0.166	1.65	0.1	1	1	1	1
3	7	83.3	0.8	1.35	6	0.111	2.02	0.08	1	1	1	1
4	7	82.2	1.1	6.3	9	0.14	2.8	0.11	1	1	1*	1
5	7	91	0.7	2.3	1	0.07	4	0.1	1	1	1	1
6	7	68.6	1.09	4.15	5	0.41	2.9	0.1	1	1	1	1
7	7	92	0.6	1.8	2	0.22	2.2	0.1	1	1	1	1
8	7	71	0.85	1.8	2	0.145	8.5	0.089	1	1	1	1
9	7	78.6	0.76	3.9	5	0.09	3.77	0.11	1	1	1	1
10	7	80.2	1.4	2.3	2	0.19	1.9	0.08	1	1	1	1
11	7	71	1.6	2.1	8	0.19	2.16	0.07	1	2*	2*	1
12	8	116.6	1.12	9.22	12	0.105	2	0.225	1	1	1	1
13	8	117.4	3.2	7.2	8	0.134	2.23	0.172	1	1	1	1
14	8	44.2	3.1	4.3	15	0.25	2.38	0.147	2	2	2	2
15	8	25	3.1	9.3	51	0.32	2.46	0.184	2	2	2	2
16	8	116.4	3.3	5.8	5	0.17	1.91	0.16	1	1	1	1
17	8	116.8	3	5.1	9	0.2	2.38	0.159	1	1	1	1
18	8	47	2	3.46	8	0.31	2.42	0.163	2	1*	1	2
19	9	14	4.9	9.38	61	0.16	2.25	0.318	2	2	2	2
20	9	11	4.5	4.5	22	0.16	2.76	0.248	2	2	2	2
21	9	14	5	13.52	64	0.13	2	0.34	2	2	2	2

注：“*”表示误判；“1”表示液化；“2”表示未液化。

表3 砂土地震液化待检样本及测试结果

Table 3 Forecasting samples and test results of sand liquefaction

样本序号	判别指标								判别结果		
	X_1 /度	X_2 /km	X_3 /m	X_4 /m	X_5 /击	X_6 /mm	X_7	X_8	判别值	Bayes模型	实际结果
22	7	81.2	1.4	4.35	9	0.14	1.6	0.1	3 308.081	1	1
23	7	81.2	1.25	1.8	4	0.11	2	0.08	3 390.946	1	1
24	7	81.8	1.25	4.3	7	0.17	2	0.1	3 321.026	1	1
25	7	80.8	1.1	3.3	7	0.17	1.7	0.1	3 330.768	1	1
26	7	81	1.2	2.3	6	0.16	1.89	0.09	3 350.140	1	1
27	8	116.4	1.6	8.7	8	0.2	2.7	0.212	3 480.072	1	1
28	8	70.9	2.3	12.3	13	0.3	2.43	0.203	3 720.384	2	2
29	8	38.7	1.1	1.3	15	0.18	2.76	0.14	4 393.516	2	2
30	9	9.6	3.5	8.35	31	0.21	3.15	0.347	3 743.993	2	2

表4 计算过程

Table 4 Calculation process

样本序号	式(6)函数值	式(7)函数值	与液化组1中心值距离(2.496)	与非液化组2中心值距离(-6.240)	最大值
22	3 310.577 33	3 267.262 55	3 308.081	3 273.503	3 308.081
23	3 393.441 79	3 354.387 46	3 390.946	3 360.627	3 390.946
24	3 323.521 79	3 281.417 50	3 321.026	3 287.658	3 321.026
25	3 333.264 09	3 291.749 25	3 330.768	3 297.989	3 330.768
26	3 352.635 63	3 311.679 19	3 350.140	3 317.919	3 350.140
27	3 482.567 688	3 448.871 664	3 480.072	3 455.112	3 480.072
28	3 707.273 722	3 714.143 986	3 704.778	3 720.384	3 720.384
29	4 332.463 92	4 387.275 72	4 329.968	4 393.516	4 393.516
30	3 704.820 098	3 737.752 534	3 702.324	3 743.993	3 743.993

(3) 在实际工程应用中对砂土地震液化的预测是一个非常复杂的问题, 如果仅采用一种判别方法来解决这个问题是不可靠的, 应采用多种判别方法以及结合数值模拟技术, 从不同的角度研究该问题。本文在此提出建立 Bayes 判别函数模型解决该问题, 为砂土地震液化的预测提供了一种新途径。

参考文献:

- [1] 高大钊, 袁聚云. 土质学与土力学 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2001: 216-222.
- [2] GB 50011—2001, 建筑抗震设计规范 [S].
- [3] Seed H B, Idriss I M. Simplified procedures for evaluating soil liquefaction potential [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1971, 97 (9): 1249-1273.
- [4] 陈新民, 罗国煜. 地震砂土液化可能性的非确定性灰色预测方法 [J]. 桂林工学院学报, 1997, 17 (2): 106-109.
- [5] 刘年平, 王宏图, 袁志刚, 等. 砂土液化预测的 Fisher 判别模型及应用 [J]. 岩土力学, 2012, 33 (2): 554-662.
- [6] 潘建平, 孔宪京, 邹德高. 基于 Logistic 回归模型的砂土液化概率评价 [J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 2567-2571.
- [7] 任文杰. 人工神经网络在地基土液化判别中的应用 [D]. 天津: 河北工业大学, 2002.
- [8] 夏建中, 罗战友, 龚晓南, 等. 基于支持向量机的砂土液化预测模型 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (22): 4139-4144.
- [9] 何晓群. 多元统计分析 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2012: 92.
- [10] 杨健, 陈庆寿. 砂土液化影响因素及其判别方法 [J]. 西部探矿工程, 2004, 93 (2): 1-2.
- [11] 文畅平. 岩体质量分级的 Bayes 判别分析方法 [J]. 煤炭学报, 2008, 33 (4): 395-399.
- [12] 张春雷, 钱家忠, 赵卫东, 等. Bayes 方法在矿井突水水源判别中的应用 [J]. 煤田地质与勘探, 2010, 38 (4): 34-37.

Bayes discriminant analysis model for seismic sand liquefaction

ZHANG Zi-zhao^{1a,2}, CHEN Ju-peng^{1b}, CHEN Kai², CUI Chun-lei³

(1. a. College of Geological and Mining Engineering; b. School of Civil Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830046, China; 2. School of Resources and Earth Science, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116, China; 3. Jiangxi Institute of Design & Research, Nanchang 330095, China)

Abstract: Based on the principle of Bayes discriminant analysis and the factors influencing the sand liquefaction, the model was applied to the prediction of sand liquefaction with eight factors listed as following: seismic intensity, epicentral distance, groundwater level, sand depth, blow number of standard penetration test, mean granular diameter, coefficient of nonuniformity, ratio of shearing stress to effective overburden stress. With 21 groups of typical sandy soil seismic liquefaction data during Tangshan earthquake as samples, Bayes discriminant analysis model of predicting earthquake liquefaction of sandy soil in Tangshan area is established. Then the model is applied to predict the sand liquefaction through other 9 samples. The results show that the prediction Model of Bayes discriminant analysis has excellent performances with high prediction accuracy. It is an efficient method for the prediction of sand liquefaction and could be applied to practical engineering.

Key words: sand liquefaction; Bayes discriminant analysis; discrimination index; discrimination model