文章编号:1006-544X(2003)01-0046-04

灰色系统在地下管道泄漏定位中的应用

王继华,张致付,雷林源

(桂林工学院 资源与环境工程系,广西 桂林 541004)

摘 要:介绍了地下管道泄漏信号的理论基础和灰色系统的基本原理方法.针对地下供水管道泄漏现象,提出了基于相关测漏时获得的数据,利用灰色系统建立灰色模型来预测地下管道泄漏位置.这种新方法不要求事先给出泄漏信号在介质中的传播速度,实际检验的结果表明该方法具有良好的应用前景.

关键词:灰色系统;地下管道;泄漏位置

中图分类号:O159;P631.325 **文献标识码**:A①

我国是一个缺水国家,水资源短缺,人均水资源占有量仅2 440 m^3,是世界人均水资源占有量的四分之一.随着现代化建设步伐加快,水资源日趋紧张,人们越来越关注城市生活用水的地下供水管道泄漏现象这一严重性问题[1].近年来,利用引进和自行研制开发的测漏仪器,对发现和抑制泄漏现象取得了较良好的效果.但对于定位泄漏位置的精确程度不能令人满意,尤其在无水表、无消防栓、无阀门、无出露点等地方,一些仪器(如相关测漏仪)测出的泄漏位置与实际位置之间的偏差往往很大[2].笔者尝试一种新的定位方法,这种方法不要求事先给出泄漏信号的传播速度来预测泄漏位置,这就是灰色系统[3]定位法.

1 泄漏信号的理论基础

地下管道的流体会在破裂处以一种振动波的形式向周围传播,如图1,由于其频率成分一般不一致.故用如下数字形式来表示泄漏点 S 的泄漏信号 $S(t)$:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i \cos \omega_i t \qquad (1)$$

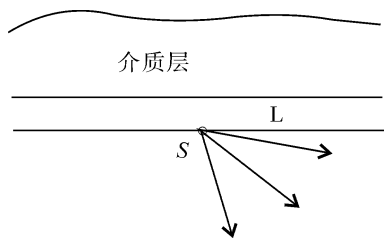


图1 泄漏信号模型

Fig. 1 Leakage signal model

S—泄漏点;L—地下管道

式中:n 表示频率成分的个数;a_i 表示第 i 个频率(ω_i)成分的振幅.

泄漏信号 $S(t)$ 是以一定速度 v 从泄漏点向周围传播,因此可以求出传播到介质中任何一点 p 所需时间 τ,即

$$\tau = r_p / v, \qquad (2)$$

式中,r_p 表示从泄漏点到 p 点之间的距离.又因为其信号在传播过程中,周围介质对其具有吸收或衰减作用,且衰减作用与传播距离 r_p 有关,则(1)式可进一步改写为

$$S_p(t, r_p) = \sum_{i=1}^{n} a_i e^{-\beta r_p} \cos\omega_i (t - r_p / v), \qquad (3)$$

① **收稿日期**:2002-02-28;**修订日期**:2002-05-08

作者简介:王继华(1978-),男,湖南衡阳人,硕士研究生,地球探测与信息技术专业.

式中，β 表示周围介质对泄漏信号衰减系数. （3）式就是地下管道周围介质中任意一点 p 的泄漏信号的数学模型[2]. 为了方便研究，而不失去其基本意义，略去其它次要频率，取其中一个主频成分为代表，设为 ω_0，其对应的振幅为 a_0，（3）式简化为

$$S_p(t,r_p) = a_0 e^{-\beta r_p} \cos \omega_0 (t - r_p/v) . \quad (4)$$

假定在 $A(X_A,Y_A,Z_A)$ 点和 $B(X_B,Y_B,Z_B)$ 点同时布置测漏传感器，地下管道泄漏位置 $S(X_S,Y_S,Z_S)$ 点. 根据(4)式，A，B 两点所接收到的泄漏信号分别为

$$S_A(t,r_A) = a_0 e^{-\beta r_A} \cos \omega_0 (t - r_A/v), \quad (4)$$

$$S_B(t,r_B) = a_0 e^{-\beta r_B} \cos \omega_0 (t - r_B/v). \quad (5)$$

现根据相关函数的定义求 S_A 和 S_B 的相关函数，即有

$$R_S(\tau) = \int_0^\infty S_A(t,r_A) S_B(t+\tau,r_B) \mathrm{d}t , \quad (7)$$

式中 τ 称为相关时距，经过积分换算得到 $R_S(\tau)$ 最大值所对应的 τ 值应该满足下式

$$(r_A - r_B)/v - \tau_m = 0 , \quad (8)$$

这里 τ_m 就称为最大相关时距，它是一个时间为单位的参数[4].

2　灰色系统预测方法

灰色系统介于白色与黑色两种系统之间，即知道事物与参数之间存在一定关系，但这种关系不能用明确的数学模型描述[3]. 关于地下管道的泄漏位置与传感器坐标 x，y，z，声波传播速度 v，最大相关时距 τ_m 等参数有关，但这种关系既不明确，也无法用数学模型描述，它们构成的系统便是一个灰色系统.

2.1　灰色参数的再生成方法

假定一灰色系统是由许多灰色参数构成，这里的参数并非是严格的确定值，为了更好地揭示灰色系统内灰色参数间包含的某些内在规律，应该首先对原始参数进行初值化处理，即令

$$\boldsymbol{X}_i^{(0)}(k) = X_i(k)/X_i(1), \quad (9)$$

式中 $X_i(k)$ 代表各灰色参数数列中的各个元素.

再对初值化后的参数进行再生成处理，用一次累加生成算法，简记 1—AGO（Accumulated Generating Operator）.

设 $\boldsymbol{X}_i^{(1)}$ 为再生成数列，即

$$\boldsymbol{X}_i^{(1)} = (X_i^{(1)}(1), X_i^{(1)}(2), \cdots, X_i^{(1)}(m))$$

则称

$$X_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^{k} X_i^{(0)}(j) \quad (10)$$

为 1—AGO.

2.2　灰色关联度分析

灰色关联度分析就是研究灰色系统内参数之间态势变化的关系. 假设灰色系统具有 N 个不同的参数构成数列：$\boldsymbol{X}_1(k)$，$\boldsymbol{X}_2(k)$，…，$\boldsymbol{X}_N(k)$，$k=1,2,\cdots,m$，每个数列由 m 个参数构成，取其中一个数列（例如 $\boldsymbol{X}_1(k)$）为行为主数列，其余各数列称为因子数列.

若记

$$\delta_{ik} = | \boldsymbol{X}_1(k) - \boldsymbol{X}_i(k) | , \quad (11)$$
$$i = 2,\cdots,N,\ k = 2,\cdots,M$$

式中 δ_{ik} 表示行为主数列与因子数列对应的参数之绝对误差. 可以不难找到 δ_{ik} 中的最大者 $\delta_{\max}$ 与最小者 $\delta_{\min}$，从而定义

$$\xi_i(k) = (\delta_{\min} + \zeta\delta_{\max})/(\delta_{ik} + \zeta\delta_{\max}) , \quad (12)$$

式中 ζ 表示分辨率，一般取值 0～1 之间，$\xi_i(k)$ 表示第 i 个因子数列与行为主数列关于第 k 个参数的灰色关联度系数.

若取某一因子数列的所有关联系数之和的平均值，即

$$R_i = \frac{1}{m-1} \sum_{k=2}^{m} \xi_i(k) , \quad (13)$$

式中 R_i 表示第 i 个因子数列与行为主数列的灰色关联度.

2.3　建立灰色模型 GM(1,N)

若对一次累加生成灰色数列初值化处理的行为主数列建立如下灰色方程，即

$$\sum_{i=2}^{N} \alpha_i X_i^{(1)}(k) - \alpha_1 Z_i^{(1)}(k) = X_1^{(0)}(k) \quad , (14)$$

式中：$k=2$，3，…，m；

$$Z_1^{(1)}(k) = \frac{1}{2}[X_1^{(1)}(k) + X_1^{(1)}(k-1)] ;$$

α_i 为发展系数，$\alpha_2 \sim \alpha_N$ 为协调系数，由于式中需要待求的系数 α_i 为 N 个，故称(14)式为 GM(1,N)模型，显然可以构成一个灰色矩阵方程

$$\boldsymbol{CA} = \boldsymbol{B}. \quad (15)$$

式中矩阵

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} -Z_1^{(1)}(2) & X_2^{(1)}(2) & \cdots & X_N^{(1)}(2) \\ -Z_1^{(1)}(3) & X_2^{(1)}(3) & \cdots & X_N^{(1)}(3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -Z_1^{(1)}(m) & X_2^{(1)}(m) & \cdots & X_N^{(1)}(m) \end{bmatrix}$$

右端已知列向量

$$\boldsymbol{B} = [X_1^{(0)}(2), X_1^{(0)}(3), \cdots, X_1^{(0)}(m)]^{\mathrm{T}}.$$

待求系数向量：

$$\boldsymbol{A} = [\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_N]^{\mathrm{T}}$$

求解上述超定方程组，一般采用最小二乘法，这里不作具体描述和分析.

2.4 求取灰色响应模型

灰色响应模型就是根据获得的系数列向量反求行为主数列经一次累加生成的数据的数学模型，若反求得的数据与原始参数误差满足要求，且经一次累减还原和初始化还原后，与原始参数的误差意味着也能满足要求，则表明所建立的 GM(1, N)模型是一个合理模型，否则就要进行残差修正.

现给出仅适用采用初值化的灰色数据序列的响应模型

$$\hat{X}_1^{(1)}(k) = \mathrm{e}^{-\alpha_1(k-1)} + \frac{[1 - \mathrm{e}^{-\alpha_1(k-1)}]}{\alpha_1} \sum_{i=2}^{N} \alpha_i X_i^{(1)}(k), \tag{16}$$

式中，$\hat{X}_1^{(1)}(k)$ 为行为主数列的响应值或计算值.

再次，分别进行一次累减还原和初始化还原，便可获得行为主数列的原始参数的响应值.

2.5 灰色预测

从响应模型式可知，行为主数列的数据响应值是由因子数列的参数求得的，即

$$\hat{X}_1^{(1)}(m+1) = \mathrm{e}^{-\alpha_1(m-1)} + \frac{[1 - \mathrm{e}^{-\alpha_1(m-1)}]}{\alpha_1} \sum_{i=2}^{N} \alpha_i X_i^{(1)}(m), \tag{17}$$

式中 $\hat{X}_1^{(1)}(m+1)$ 经过一个累减还原和初始化还原，就可以得到 $\hat{\boldsymbol{X}}_1(m+1)$，即所求得的预测值. 现以地下管道两个测漏传感器的空间坐标 $A(X_A, Z_A)$ 点和 $B(X_B, Z_B)$ 点，及其它们对应的最大相关时距 τ_m 和实际泄漏位置 X_s 构成一个灰色系统，建立以实际泄漏位置 $X_S(K)$ 构成行为主数列 $\boldsymbol{X}_1(K)$，2 个测漏传感器的空间坐标 X_A，Z_A 和 X_B，Z_B，及其它们的最大相关时距 τ_m 分别构成因子数列 $\boldsymbol{X}_2(K)$，$\boldsymbol{X}_3(K)$，$\boldsymbol{X}_4(K)$，$\boldsymbol{X}_5(K)$，$\boldsymbol{X}_6(K)$ 一个灰色模型，式中 K 为地下管道样本序号，$K = 1, 2, \cdots, 6$. 下面给出每个数列的原始参数，即

$\boldsymbol{X}_1 = 25.0, 15.0, 10.0, 5.0, 3.0, 1.0;$

$\boldsymbol{X}_2 = 70.0, 40.0, 20.0, 20.0, 13.0, 26.0;$

$\boldsymbol{X}_3 = 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.800, 0.0;$

$\boldsymbol{X}_4 = 15.0, -60.0, -50.0, -30.0, -52.0, -39.0;$

$\boldsymbol{X}_5 = 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -0.500, 0.0;$

$\boldsymbol{X}_6 = -27.969, 36.807, 42.178, 21.97, 40.826, 2.998.$

把以上的灰色参数序列中的参数进行参数再生成处理，由于在处理过程中我们容易遇到参数值刚好为零这一特殊情况，在不失去一般性和基本意义的条件下，不凡令其等于一个比较小的正数，这样求得各个因子数列与行为主数列的灰色关联度为

$R_2 = 0.999\,7, R_3 = 0.887\,7, R_4 = 0.993\,1,$

$R_5 = 0.906\,2, R_6 = 0.997\,3.$

由关联度可以看出，以实际泄漏位置 $X_S(K)$ 构成行为主数列 $\boldsymbol{X}_1(K)$，与两个测漏传感器的空间坐标 X_A, Z_A 和 X_B, Z_B 及其它们的最大相关时距 τ_m 分别构成因子数列 $\boldsymbol{X}_2(K)$，$\boldsymbol{X}_3(K)$，$\boldsymbol{X}_4(K)$，$\boldsymbol{X}_5(K)$，$\boldsymbol{X}_6(K)$ 的关联程度都很大，实践证明这种关联程度会随引入灰色系统的参数数列或地下管道样本数目的改变而发生改变.

下面根据所建立的 GM(1,6)灰色模型，通过式(15)可以得到发展系数和协调系数 $\{\alpha_i\}$ 分别为

$\alpha_1 = 0.959\,7, \alpha_2 = 1.526\,6, \alpha_3 = 0.012\,2,$

$\alpha_4 = 0.248\,2, \alpha_5 = 0.018\,3, \alpha_6 = -0.425\,4.$

下面就是用各个因子数列 $\boldsymbol{X}_2^{(1)}(k) \sim \boldsymbol{X}_6^{(1)}(k)$ 代入(16)式求得行为主数列各个参数的响应值后分别进行一次累减还原和初始化还原获得行为主数列的原始参数的响应值. 再经过残差修正得到最终行为主数列响应值的原始参数及其它们绝对误差（表 1）.

3 测试实例

从表 1 中可以得到响应值与实测值之间的绝对误差完全控制在 1 m 之内，满足建模后的误差条件，根据这个灰色模型对一些实测资料（实测数据来自广州市部分地下管道相关测漏现场数据）进行预测，测试结果见下表 2. 通过表 2 中的 8 个典型事例可以得到，泄漏位置实际输出（预测值）和期望输出（工程测试值）的相对误差基本上是在 5% 以下，绝对误差控制在 1 m 以内，说明建立的灰色模型完全正确可靠，能够应用于地下管道泄漏位置之较精确定位.

表 1　正演数据的计算实例

Table 1　Calculating example coming from forward data

样号	参数序列					实测值 X_s	响应值 $\hat{X}_s$	绝对误差 $\delta_{\hat{X}_s}$
序号	X_A	Z_A	X_B	Z_B	τ_m	/m	/m	/m
1	70	0	15	0	-27.969	25	25	0
2	40	0	-60	0	36.807	15	14.270 9	0.729 1
3	20	0	-50	0	42.178	10	10.686 6	0.686 6
4	20	0.8	-30	-0.5	21.97	5	4.914 7	0.085 3
5	13	0	-52	0	40.826	3	3.008 7	0.008 7
6	26	0	-39	0	2.988	1	0.376 5	0.623 5

表 2　对比泄漏位置的工程测试值与灰色系统预测值

Table 2　Contrast engineering testing of leakage position with predict value by grey system

样本	参数序列					工程测试值 X_s	预测值 $\hat{X}_s$	绝对误差 $\delta_{\hat{X}_s}$	相对误差 ε_{X_s}
序号	X_A	Z_A	X_B	Z_B	τ_m	/m	/m	/m	/%
1	7.0	0.005 1	50.0	0.005 1	7.00	33.0	32.541	0.459	1.39
2	1.3	0.005 1	15.0	0.005 1	6.00	12.7	13.881	1.188	9.35
3	2.5	0.005 1	65.0	0.005 1	-1.75	32.6	32.981	0.381	1.17
4	5.0	0.005 1	41.0	0.005 1	1.90	24.8	25.527	0.727	4.03
5	5.5	0.005 1	60.0	0.005 1	6.50	36.73	5.790	0.919	2.72
6	7.5	0.005 1	40.0	0.005 1	5.75	27.42	8.034	0.634	2.31
7	1.1	0.005 1	30.0	0.005 1	17.7	525.8	24.853	0.947	3.67
8	4.7	0.005 1	30.0	0.005 1	13.50	26.1	25.213	0.887	3.4

4　结束语

目前，最先进的测漏设备是相关检漏仪，但在确定泄漏位置时需要给出泄漏信号在介质中的传播速度，若速度给得不准确，则确定的泄漏位置误差较大. 而灰色系统可以对“事件”分析、预测和控制且可以不需要给定速度，所以可以提高确定测漏位置的精度. 经过工程实践验证可以得到，泄漏位置实际输出（预测值）和期望输出（工程测试值）的相对误差基本上是在 5% 以下，绝对误差控制在 1 m 以内，表明该方法具有良好的应用价值和推广价值. 在实际应用过程中，建议用本地实际的样本参数进行建模，可以减小实际预测的误差.

参考文献：

[1] 董辅祥，董欣东. 城市与工业节约用水 [M]. 北京：中国建筑工业出版社，2000. 1－9.

[2] 雷林源，张沙清. 地下管道泄漏位置的神经网络定位法初探 [A]. 地下管线管理技术专业委员会年会论文集 [C]. 北京：中国建筑工业出版社，2000. 110－118.

[3] 邓聚龙. 灰色系统理论教程 [M]. 武汉：华中理工大学出版社，1990.

[4] 工程物探教研室. 地下管线探测和测漏技术 [R]. 桂林：桂林工学院，2000. 28－32.

Grey system application to underground pipeline leakage location

WANG Ji-hua, ZHANG Zhi-fu, LEI Lin-yuan

(*Department of Resources and Environmental Engineering, Guilin Institute of Technology, Guilin* 541004, *China*)

Abstract: The basic theory of underground pipeline leakage signal and the method and principle of grey system are introduced. In accordance with this serious problem about underground pipeline leakage phenomenon a new positioning method to locate underground pipeline leakage by using data gained by leakage testing and the grey system is applied. The new method doesn't require presenting leakage signal velocity in medium. The testing practice shows that there is a good potential for future use.

Key words: grey system; underground pipeline; leakage location