

文章编号: 1674-9057(2019)02-0349-07

doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2019.02.011

# 基于放射状网格剖分的井中激电三维有限元数值模拟

赵荣春, 吕玉增, 韦柳柳, 文达麟, 刘波

(桂林理工大学 a. 地球科学学院; b. 有色及贵金属隐伏矿床勘查教育部工程研究中心, 广西 桂林 541006)

**摘要:** 为研究井中激电观测井旁异常体所引起的激电异常特征, 采用基于柱坐标下的放射状网格剖分方式, 通过异常电位法对井中激电观测进行了有限元数值模拟, 分析了不同形态异常体在井中观测时的激电异常特征, 探讨了异常体空间位置及钻孔环境变化对激电观测的影响规律。结果表明: 数值计算的激电异常形态与实际模型具有很好的对应性, 满足异常分析的要求; 异常体空间位置的变化会对激电观测产生明显的影响, 其中异常体井旁距离的大小决定了观测的效果; 钻孔环境会对井的浅部及末端的观测数据带来影响, 在实际的生产实践中应加以考虑。

**关键词:** 井中激电; 异常电位法; 放射状; 有限单元; 极化率

**中图分类号:** P631.3

**文献标志码:** A

随着我国经济的快速发展, 对煤炭、金属矿等资源的需求也进一步加大。然而当前浅地表矿产资源面临枯竭, 资源勘探已逐步向立体、纵深方向发展, 大力发展深部以及外围找矿已经变得十分迫切, 加强深部找矿方法的研究将具有十分重要的意义<sup>[1-2]</sup>。传统的地面激发极化法勘探深度有限, 很难适应大深度找矿的需求, 很大程度上影响了勘探的效果。井中激电法作为地面激电法的一种延伸, 通过将供电点或测量点放置于地下, 提高了激电探测的深度, 同时还可以减小地表覆盖层以及人文干扰对测量的影响, 充分依靠已知的井巷资源, 可在探测井旁矿体、追索矿化带、井底盲矿、估算见矿深度等方面起着重要作用<sup>[3-6]</sup>。

针对地面、井中等三维激电数值模拟的问题, 国内外学者进行了诸多研究并取得了长足的进展, 黄俊革等<sup>[7]</sup>采用径向剖分的有限元法对井地三维电阻率法进行数值模拟, 王智<sup>[2]</sup>、李长伟<sup>[8]</sup>采用非结构化网格剖分的方式对井中激电实现了数值

计算, 吕玉增等<sup>[9]</sup>利用有限单元法实现了地-井五方位激电观测, Wang 等<sup>[10]</sup>、Avdeev 等<sup>[11]</sup>分别用有限差分和积分对方程法对电阻率测井进行了三维模拟, Rücker 等<sup>[12-13]</sup>采用非结构化网格实现三维电阻率有限元正反演, 提高了对复杂模型的处理能力。这些工作对于井中电法勘探具有很好的指导意义, 但是常用的基于四面体下的结构化网格剖分方式, 剖分单元在3个方向上长度不能同时放大, 井眼环境与实际形状也存在差异; 非结构化网格剖分可灵活地对网格进行局部加密, 可处理任意形状模型, 然而非结构化网格的数据结构和算法复杂, 网格节点难以控制。

本文基于柱坐标下以井眼为中心进行结构化的放射状网格剖分, 使得井眼环境与实际形状一致, 可减少网格方向性影响引起的误差, 同时能在径向和深度方向上进行灵活的网格加密, 既能有效减少网格单元, 又能获得较好的网格质量, 确保计算精度。针对地-井观测、单井井中观测两种方式, 讨论了不同形态异常体在井中观测时激

收稿日期: 2018-06-07

基金项目: 国家“十二五”国家重大科学仪器设备开发专项(2012YQ030126); 国家自然科学基金项目(41764005); 广西自然科学基金项目(2013GXNSFB019212); 有色及贵金属隐伏矿床勘查教育部工程研究中心项目(2015GCZX002)

作者简介: 赵荣春(1991—), 男, 硕士, 研究方向: 电法数值模拟, zrc2017@glut.edu.cn。

通讯作者: 吕玉增, 博士, 副教授, lyz@glut.edu.cn。

引文格式: 赵荣春, 吕玉增, 韦柳柳, 等. 基于放射状网格剖分的井中激电三维有限元数值模拟[J]. 桂林理工大学学报, 2019, 39(2): 349-355.

电异常特征,探讨了异常体空间位置及钻孔环境的变化对激电观测的影响规律。

1 网格剖分及有限单元法

1.1 放射状网格剖分

放射状测网网格剖分基于柱坐标进行,利用柱坐标和直角坐标系之间存在简单关系: $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ ,  $z = z$ ,在矩形规则测网网格剖分的基础上,把实际的观测面投影到  $R - \theta$  面上进行网格剖分和单元编号,再利用直角坐标与柱坐标之间的相对关系再返回实际平面,完成对放射状测网的网格剖分,如图 1、图 2 所示。

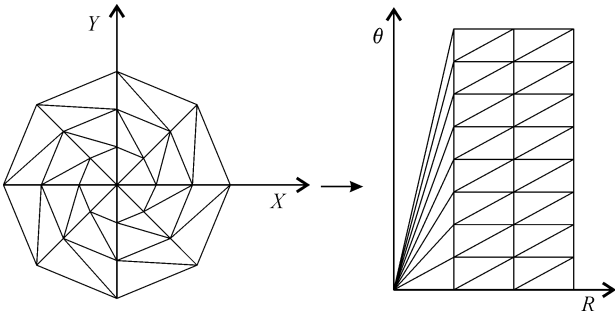


图 1 放射状测网网格剖分平面投影示意图  
Fig. 1 Planar projection diagrams of radial grid dissection

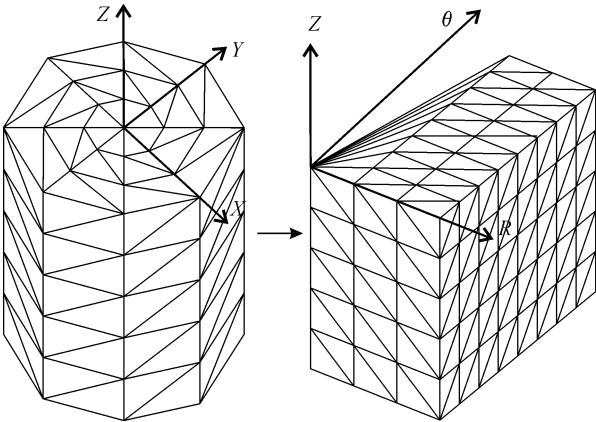


图 2 放射状测网网格剖分立体投影示意图  
Fig. 2 3D projection diagrams of radial grid dissection

放射状测网网格的剖分以柱坐标中轴线为中心进行放射状剖分,中心区域为井眼所在位置,采用三棱柱单元进行剖分,之后将每个三棱柱单元拆分为 3 个四面体单元(图 3),外围区域剖分为不规则的六面体单元,每个不规则六面体单元拆分为 5 个四面体单元(图 4),因此放射状剖分仍然基于四面体进行,网格剖分的间距由圆中心向外围逐步增

大,边界取足够大的区域。以井眼为中心进行放射状的网格剖分,使得网格大小以井眼为中心呈放射性逐步增大,同样的剖分区域占用的网格数量大幅减少,同时,由于区域剖分单元以井口为中心环形分布,单元的一个边与电场等位线基本重合,这与井中观测电场分布的实际情况更加吻合,提高了单元节点之间的电位插值精度。

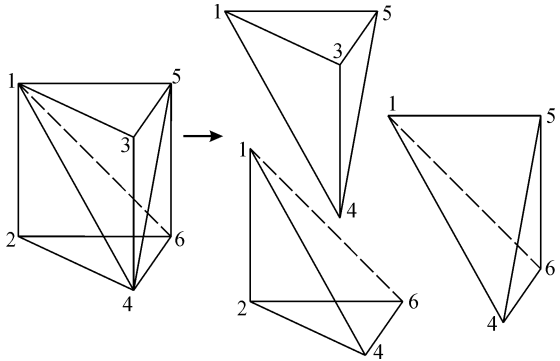


图 3 三棱柱单元拆分示意图  
Fig. 3 Mitsubishi column unit split schematic diagrams

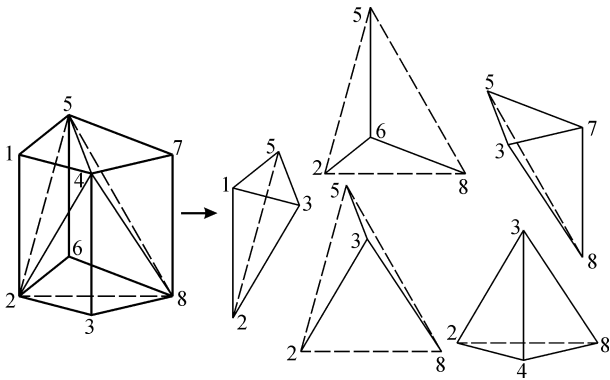


图 4 不规则六面体拆分示意图  
Fig. 4 Irregular hexahedron split diagrams

1.2 有限单元法

针对四面体单元,可用单元上 4 个角点的异常电位值来表示异常电位的连续函数。对于任意四面体单元  $e$ ,其 4 个角点编号和对应的异常电位值可分别用 1、2、3、4 和  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $u_4$  来表示。因此, $e$  中任意点  $p$  的异常电位  $u$ ,都可用  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $u_4$  进行线性插值来近似表达,其中  $N_i$  表示形函数,它是由  $x$ 、 $y$ 、 $z$  构成的线性函数<sup>[3]</sup>:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 = \sum_{i=1}^4 N_i u_i \quad (1)$$

为了提高计算精度,采用三维电场的异常电位法求解,三维地电断面点电源异常电位的边值问题可归纳为<sup>[14-17]</sup>:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\sigma \nabla u) = - \nabla \cdot (\sigma' \nabla u_0), \in \Omega; \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \in \Gamma_s; \\ \frac{\partial u}{\partial n} + u \cdot \frac{\cos(r,n)}{r} = 0, \in \Gamma_\infty. \end{cases} \quad (2)$$

其中： $\nabla$  为哈密顿算子； $\sigma$  为介质的电导率； $u_0$  为正常电位； $u$  为异常电位； $\sigma'$  为异常电导率； $\Omega$  代表三维区域； $\Gamma_s$  为区域  $\Omega$  的地面边界； $\Gamma_\infty$  为区域  $\Omega$  的地下边界； $n$  为边界的外法向方向； $r$  是测点至电源点的距离。将方程(2) 中对区域  $\Omega$  和边界  $\Gamma_\infty$  的积分分解为对各四面体单元  $e$  和  $\Gamma_e$  的积分之和。分别对各项单元进行积分后，将其积分结果相加，扩展成由全体节点组成的矩阵，单元的电位列向量  $u_e$  扩展成全体节点的电位列向量  $u$ ，可以得到以下方程组<sup>[18-21]</sup>

$$Ku = -K'u_0, \quad (3)$$

其中： $K$  和  $K'$  为系数矩阵； $u$  为待求异常电位向量； $u_0$  为正常电位向量。解方程组(3)，可得到巷道各节点的异常电位，异常电位  $u$  和正常电位  $u_0$  相加得到总电位  $V$ ，进而计算视电阻率。按照 Seigel 理论，等效电阻率  $\rho^*$  与真电阻率  $\rho$  之间的关系为<sup>[22]</sup>

$$\rho^* = \rho / (1 - \eta). \quad (4)$$

视极化率的计算公式为

$$\eta_s = \frac{\Delta U_z - \Delta U_1}{\Delta U_z} \times 100\% = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_z} \times 100\%, \quad (5)$$

其中： $\Delta U_z$  为观测总电位差； $\Delta U_1$  为无激电效应的一次电位差； $\Delta U_2$  为二次电位差。

2 数值算例与结果分析

2.1 计算精度分析

为验证计算程序的正确性，选用低阻球体模型，分别采用三维有限元程序与异常球体解析式计算<sup>[19]</sup>，并进行对比验证。使用三极测量装置(图5)在地面  $A$  处进行供电，井中观测，模型参数设置如下： $\rho_0 = 100 \text{ } \Omega\text{m}$ ， $\rho_1 = 10 \text{ } \Omega\text{m}$ ， $r = 1 \text{ m}$ ， $d = 2 \text{ m}$ ， $h = 10 \text{ m}$ ， $L = 10 \text{ m}$ ， $H = 30 \text{ m}$ ，电位观测，观测点距为  $1 \text{ m}$ 。计算结果如图6所示，数值计算结果与解析解基本吻合。

2.2 不同形态异常体激电观测

为探讨地-井、单井井中观测方式下井旁不同形态异常体所引起的激电异常的特征，在不考虑钻井环境的情况下，设计钻井深度  $H$  为  $500 \text{ m}$ ，分别设置棱柱体模型、水平板状体模型。棱柱体中心埋

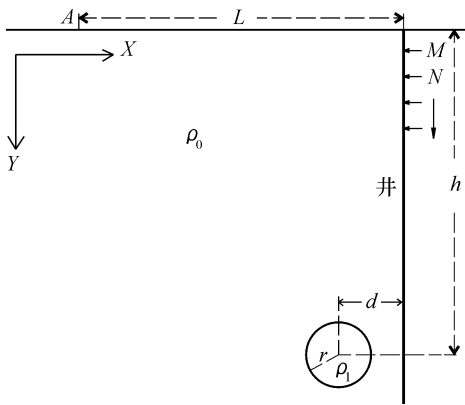


图5 地井模型示意图  
Fig. 5 Surface-borehole model sketch

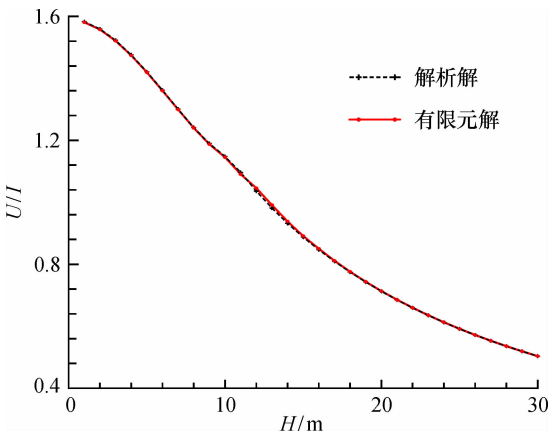


图6 数值解与解析解对比  
Fig. 6 Comparison between numerical and analytical solution

深  $h$  位于地下  $300 \text{ m}$ ，与井孔的直线距离  $d$  为  $20 \text{ m}$ ，且位于井孔正西方向(图7)，异常体具体尺寸如图8所示；水平板状异常体上边界距地面  $h = 300 \text{ m}$ ，异常体右边界与井孔的直线距离  $d$  为  $15 \text{ m}$ ，位于井孔正西方向(图9)，异常体具体尺寸如图10所示；异常体电阻率为  $20 \text{ } \Omega\text{m}$ ，极化率为  $0.5$ ，围岩电阻率为  $200 \text{ } \Omega\text{m}$ ，极化率为  $0$ 。

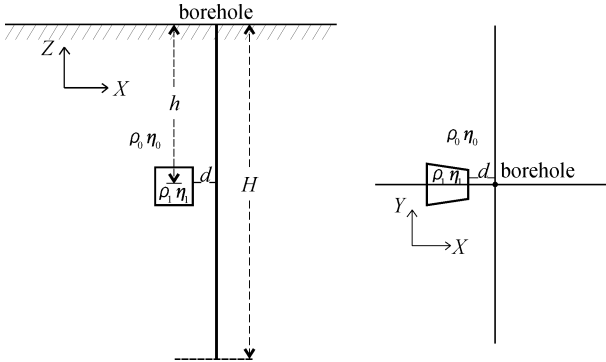


图7 棱柱体模型观测示意图  
Fig. 7 Prism model observation diagram

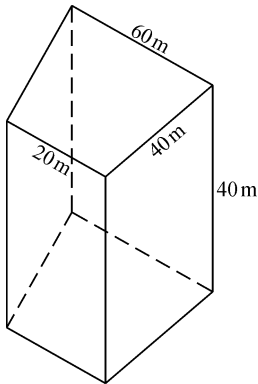


图 8 棱柱体模型示意图  
Fig. 8 Schematic diagram of prism model

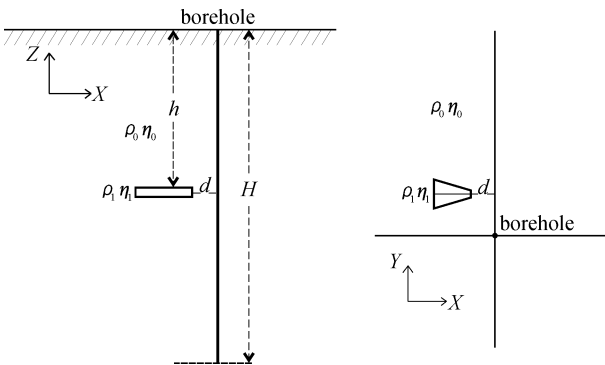


图 9 水平板状模型观测示意图  
Fig. 9 Horizontal plate model observation diagrams

地-井观测时,设计供电点 $A_0$ 位于异常体相对井口的方向上(主方位)距离 $L$ 为250 m、 $A_1$ 位于异常体相对井口的反方向上(反方位)距离 $L$ 为250 m、 $A_2$ 位于井口处,分别进行供电测量,无穷远 $B$ 极置于井孔正北方位大于5倍 $AO$ 处,测量点距 $MN$ 为10 m;单井井中观测时,从井口往下采用

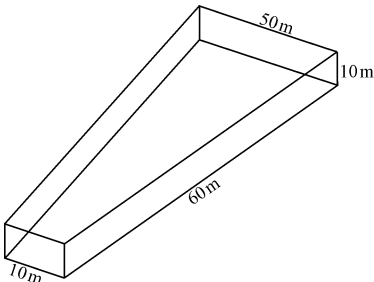


图 10 水平板状体模型示意图  
Fig. 10 Schematic diagram of horizontal plate model

类似于高密度电法中的变断面连滚 $A-MN$ 三极排列进行观测,分别绘制视电阻率、视极化率异常图(图11、图12)。地-井观测时,在不同位置供电测量,都可在异常体中心位置(300 m)处观测到明显的低阻高极化异常,相比于不同方位供电情况下的激电异常特征,井口方位供电时,低阻高极化异常现象以极值点为中心呈基本对称的形态。主方位供电时,视电阻率曲线在靠近异常体中心时先呈下降趋势并达到极小值,并在异常体下方出现视电阻率极大值点,视极化率曲线则是在靠近异常体中心时先呈上升趋势并达到极大值,在异常体下方出现视极化率极小值点;反方位供电时,视电阻率、视极化率曲线形态则与主方位供电时的曲线形态刚好相反。在实际工作中,根据井口及其他方位的激电异常情况,结合其他的已知地质信息可对判断异常体的赋存方位提供一定的参考。单井井中观测时,以井深为纵坐标,(1/4) $AO$ 为横坐标,以异常体为中心,可观测到非常明显的高阻低极化异常,且异常形态及位置与

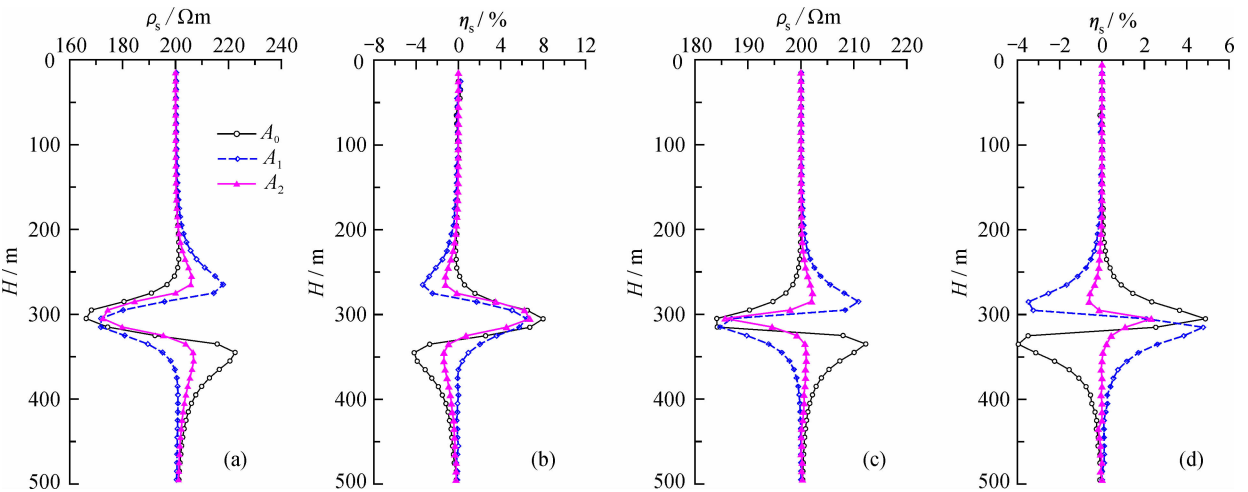


图 11 地-井观测棱柱异常体(a、b)、水平板状异常体(c、d)激电异常曲线  
Fig. 11 IP anomaly curves of prism anomaly(a, b)and horizontal plate anomaly(c, d)for surface-borehole observation

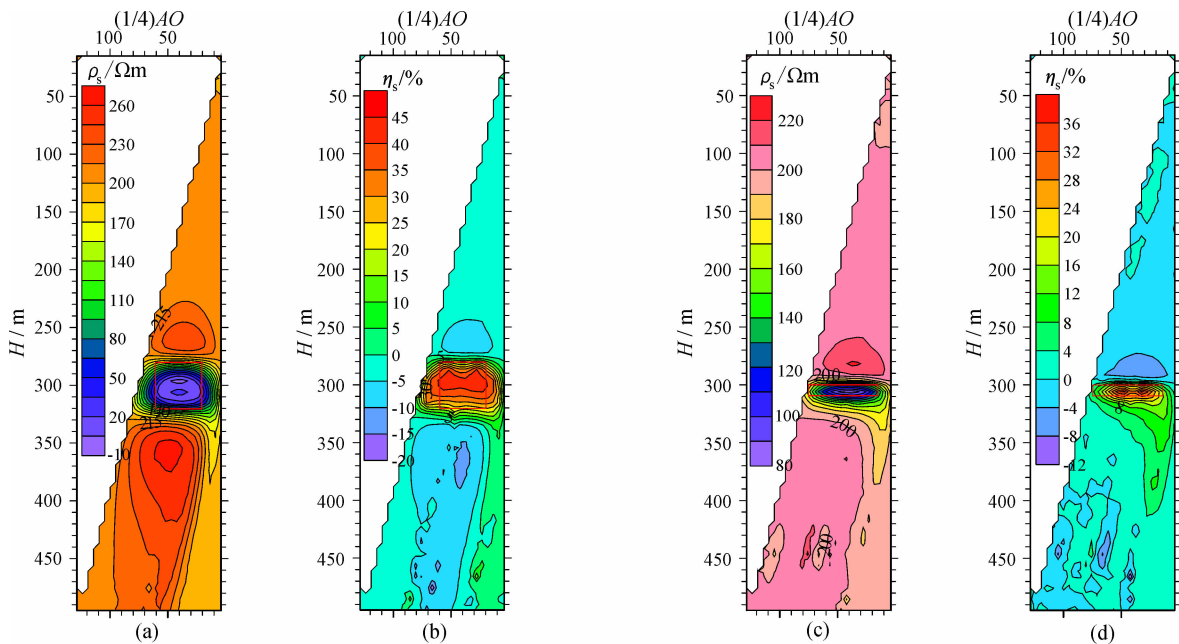


图 12 单井井中观测棱柱异常体(a, b)、水平板状异常体(c, d)激电异常图  
Fig. 12 IP anomaly of prism anomaly(a, b) and horizontal plate anomaly(c, d) for single borehole observation

实际模型有很好的对应关系。

2.3 异常体空间位置变化对观测的影响

为研究地质异常体空间位置变化对井中激电观测的影响规律，本节采用地 - 井观测方式，分别改变低阻棱柱异常体的埋深及井旁距离进行研究，其中模型参数及供电点位置与上节一致，如图 7、图 8 所示。设置以下两种试验条件：①保持异常体、围岩的电性参数不变，只改变异常体埋深，分别在距离地表  $h = 120、180、240、300、360$  m 设置棱柱异常体；②保持异常体、围岩的电性参数不变，只改变异常体在水平方向上的位置，分别在距

离井孔  $d = 15、25、35、45、55$  m 设置棱柱异常体。绘制视电阻、视极化率异常曲线如图 13 所示。

通过不同埋深条件下异常曲线的对比，可见不同埋深条件下所获得的激电异常曲线的形态基本一致，激电异常振幅随着异常体埋深的增加逐渐变小，这是由于测点逐渐远离供电点，导致测量时所获得的电信号逐渐减弱所致；异常体与井孔的水平距离对激电观测效果具有很大的影响，当异常体距离井孔的水平距离较近时，激电异常较为明显，随着异常体与井孔距离的增加，激电异常幅值快速减小。综合分析可知，异常体埋深与

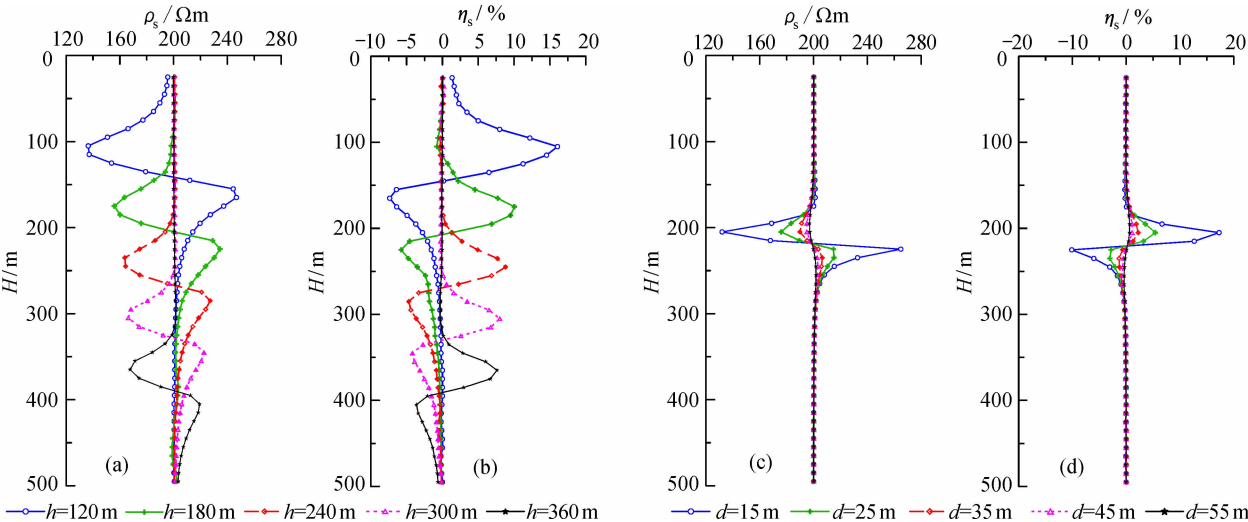


图 13 地 - 井观测异常体变埋深(a, b)、变水平位置(c, d)激电异常曲线  
Fig. 13 IP anomaly curves for anomaly bodies with varying buried depth(a, b) and horizontal position(c, d) for surface-borehole



水平位置的变化都会对激电异常观测产生影响,在实际的野外观测中,当测点深度过大时,可适当增加供电电流,以提供更强的电信号,由于异常体井旁距离对观测效果有很大影响,这对井中激电观测的开展带来了很大的制约,在实际的生产实践中,应尽量使观测井孔与异常体靠近,以获得更好的探测效果。

2.4 钻孔环境对地-井观测的影响

钻孔是一个特殊的工作环境,井中观测需要在井中布设电极,同时需要保证电极与井壁接触良好,一般以水作为导电介质,保证电极与井壁充分接触,或者采用刷子电极,让电极附着在井壁上,但是两种情况下的钻孔环境与围岩都有着较大的电性差异,因此,了解钻孔环境对井中观测的影响是很有必要的。下面结合当前矿山验证孔、普查孔的实际孔径大小并进行适当放大,当钻孔含水或具有较高的电阻率时,分析钻孔环境对井中观测的影响规律。

设计井深 500 m,供电点 A 位置距离井孔中心正西方位距离  $L$  为 200 m,围岩电阻率为  $1\,000\,\Omega\text{m}$ ,极化率为 0。①井液电阻率为  $60\,\Omega\text{m}$ ,极化率为 0,分别设计钻孔直径( $D$ )分别为 0、100、200、400、800 mm;②钻孔直径为 200 mm,钻孔(井液)电阻率分别为 60、100、200、2 000、6 000  $\Omega\text{m}$ ,极化率为 0。绘制视电阻率异常曲线图 14。

可见改变钻孔直径大小,对地-井观测带来的影响主要体现在井的浅部位置以及井的末端,钻孔直径越大,对观测数据的影响也越大,影响

范围也逐渐变宽,尤其是对浅部数据的影响应该引起重视,井底部分的视电阻率会出现较大的跳跃,这是由于井底与围岩存在较大的电阻差异,使得靠近井底与围岩分界面时,测点处电流被高阻围岩排斥使得电流密度降低,导致视电阻率减小。当钻孔电阻率低于围岩时,观测结果受到的影响较大;当钻孔电阻率较大时,对观测的结果则相对较小,影响的范围同样集中在浅部以及井的底部;当钻孔电阻率高于围岩电阻率时,靠近井底部的测点其电流被低阻围岩吸引,使得电流密度升高导致电阻率曲线向右弯曲。

3 结 论

采用基于柱坐标下的放射状网格剖分方式,对井中激电观测进行了有限元数值模拟,通过分析得出以下结论:

(1) 通过对不同形态异常体进行计算,结果表明低阻高极化异常形态与实际模型具有很好的对应性,验证了本文数值计算结果的正确性,满足异常分析的要求。

(2) 异常体埋深与水平位置的变化都会对激电异常观测产生明显的影响,其中异常体井旁距离的大小决定了观测的效果,给井中激电观测的开展带来了很大的制约,在实际的生产实践中,应尽量使观测井孔与异常体靠近,以获得更好的探测效果。

(3) 钻孔环境带来的影响主要集中体现在井的浅部位置以及井的末端,钻孔直径越大,对观测数据的影响越明显,钻孔在低阻环境下也会对观测产生较大的影响。因此,在实际工作中,对井中观测数据的处理与解释必须考虑钻孔环境带来的影响。

参考文献:

[1] 吕玉增,赵荣春,韦柳椰,等. 巷道激电三维超前探测技术正演研究 [J]. 煤炭科学技术, 2017, 45 (4): 160 - 166.

[2] 王智. 井中激电正反演及其应用研究 [D]. 武汉: 中国地质大学, 2015.

[3] 吕玉增. 地-井、井-地 IP 三维快速正反演研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2008.

[4] 赵荣春,吕玉增,凌嘉宣,等. 激电中梯和对称四极测深在广西某铅锌矿区的应用 [J]. 工程地球物理学报,

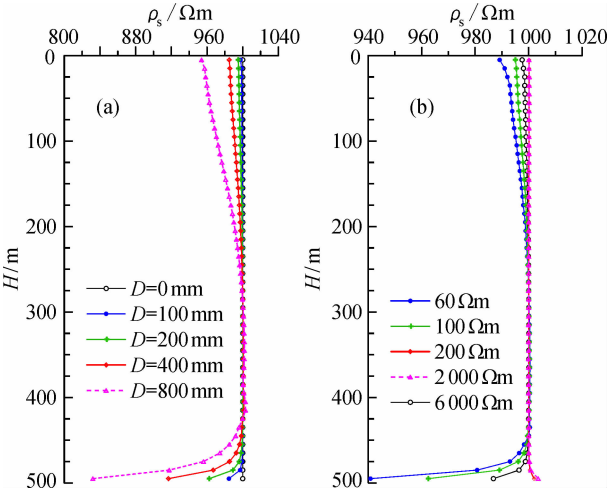


图 14 钻孔环境对地-井观测的影响

Fig. 14 Effect of borehole environment for surface-borehole observation

- 2016, 13 (3): 271–276.
- [5] 熊飞. 井—井电阻率三维正演及井间成像研究 [D]. 桂林: 桂林理工大学, 2015.
- [6] 赵荣春, 吕玉增, 凌嘉宜. 层状介质中垂直磁偶极子的地—井电磁场响应 [J]. 桂林理工大学学报, 2016, 36 (3): 458–463.
- [7] 黄俊革, 李林杰, 农观海, 等. 基于径向剖分的井地三维有限元电阻率与极化率模拟 [J]. 成都理工大学学报 (自然科学版), 2015, 42 (6): 753–761.
- [8] 李长伟. 井中激发极化法正反演及快速迭代求解技术研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2011.
- [9] 吕玉增, 阮百尧, 彭苏萍. 地—井方位激电观测异常特征研究 [J]. 地球物理学进展, 2012, 27 (1): 201–216.
- [10] Wang T, Signorelli J. Finite-difference modeling of electromagnetic tool response for logging while drilling [J]. *Geophysics*, 2004, 69 (1): 152–160.
- [11] Avdeev D B, Kuvshinov A V, Pankratov O V, et al. Three-dimensional induction logging problems, Part I: an integral equation solution and model comparisons [J]. *Geophysics*, 2002, 67 (2): 413–426.
- [12] Rücker C, Günther T, Spitzer K. Three-dimensional modeling and inversion of dc resistivity data incorporating topography – I. modelling [J]. *Geophysical Journal International*, 2006, 166 (2): 495–505.
- [13] Günther T, Rücker C, Spitzer K. Three-dimensional modeling and inversion of dc resistivity data incorporating topography – II. inversion [J]. *Geophysical Journal International*, 2006, 166 (2): 506–517.
- [14] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [15] Reddy I K, Rankin D, Phillips R J. Three-dimensional modelling in magnetotelluric and magnetic variational sounding [J]. *Geophysical Journal International*, 1977, 51: 313–325.
- [16] Zyserman F I, Santos J E. Parallel finite element algorithm with domain decomposition for three-dimensional magnetotelluric modeling [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2000, 44: 337–351.
- [17] 黄俊革, 阮百尧, 鲍光淑. 齐次边界条件下三维地电断面电阻率有限元数值模拟法 [J]. 桂林工学院学报, 2002, 22 (1): 11–14.
- [18] 徐世浙. 地球物理中的有限单元法 [M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- [19] Mitsuhashi Y, Uchida T. 3D magnetotelluric modeling using the T- $\Omega$  finite-element method [J]. *Geophysics*, 2004, 69 (1): 108–119.
- [20] 李长伟, 阮百尧, 吕玉增, 等. 点源场井—地电位测量三维有限元模拟 [J]. 地球物理学报, 2010, 53 (3): 729–736.
- [21] 李耐宾, 刘海飞, 程志平. 二维直流电测深反演中雅克比矩阵算法的改进及应用 [J]. 桂林工学院学报, 2006, 26 (4): 473–475.
- [22] 程志平. 电法勘探教程 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 2007.

## 3D finite element numerical simulation of borehole IP based on radial mesh dissection

ZHAO Rong-chun, LYU Yu-zeng, WEI Liu-ye, WEN Da-lin, LIU Bo

(a. College of Earth Sciences; b. Engineering Research Center of Exploration for Hidden Non-Ferrous and Precious Metal Ore Deposits, Ministry of Education, Guilin University of Technology, Guilin 541006, China)

**Abstract:** In order to study the characteristics of IP anomalies caused by abnormal body near borehole in borehole observation, this paper uses the radial grid dissection method based on column coordinates. The anomalous potential method is adopted for numerical simulation, to analyze the abnormal characteristics of different abnormal body in borehole observation. The influence of the spatial position of the abnormal body and the change of the borehole environment on IP observation are discussed. The results showed that the IP anomalous form has a good correspondence with the actual model, and meets the requirement of abnormal analysis. The change of the spatial position of abnormal body will have an obvious influence on IP observation. The distance between the abnormal body and borehole has a deep influence for borehole IP observation. The borehole environment will affect the observation data of the shallow part and the end of the borehole, which should be considered in the actual production practice.

**Key words:** borehole IP; abnormal potential method; radial grid; finite element; polarizability