

文章编号: 1674-9057(2020)02-0430-07

doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2020.02.025

# 基于极值理论的沪深股市风险度量

杜诗雪, 唐国强, 李世君

(桂林理工大学 理学院, 广西 桂林 541006)

**摘 要:** 选取了沪市和深市近 10 年的日收盘价数据, 对上证综合指数和深证成分指数的日对数收益率进行风险度量研究。根据数据的尖峰、肥尾和非对称性等特征, 在 EGARCH 模型和 Beta-skew- $t$ -EGARCH 模型中加入极值理论的 POT 模型去刻画其尾部分布特征, 对比了 EGARCH- $t$  模型、EGARCH- $t$ -POT 模型和 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型分别在 95% 和 99% 置信水平下的 VaR 值, 并用返回检验来检验 VaR 的有效性。结果表明: Beta-skew- $t$ -EGARCH 模型能够很好地刻画金融时间序列的尖峰、肥尾特性和非对称性等特征; 加入极值理论的 POT 模型有效提高了模型有效性。从总体来看, 波动率模型和极值理论的结合能较好地刻画金融市场的风险。

**关键词:** Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型; 风险价值(VaR); 极值理论

**中图分类号:** F830.9

**文献标志码:** A

## 0 引 言

金融风险管理一直以来都是工商企业、金融机构及学术界密切关注的热点问题。金融危机的出现表明, 风险是现实存在的<sup>[1]</sup>。近三十年来, 受经济全球化和金融创新的影响, 金融市场波动明显, 这使得金融风险管理成为工商企业和金融机构经营管理必需的工具和能力<sup>[2]</sup>。风险价值(VaR)是当前市场上较为主流的金融风险测量方法。国内外学者对风险度量研究已经取得了丰厚的成果: 龚锐等<sup>[3]</sup>认为中国股票市场并不服从于简单的正态分布, 建立了正态分布、 $t$  分布和 GED 分布下的 GARCH 族模型的风险价值; Orhan 等<sup>[4]</sup>用 GARCH 族模型对股票市场进行了风险价值的对比研究; 张颖等<sup>[5]</sup>运用 CAViaR 模型<sup>[6]</sup>对我国股市和国外成熟市场进行了实证研究; 简志宏等<sup>[7]</sup>则对比了加入极值理论的 CAViaR 模型和 GARCH-EVT 模型, 发现 CAViaR-EVT 模型能更好地描述我国股市隔夜风险; 刘亭等<sup>[8]</sup>发现加入分位数回归的 QR- $t$ -GARCH 模型比未

加入分位数回归的  $t$ -GARCH 模型效果更好; 唐勇等<sup>[9]</sup>用核拟合优度统计法和平均超额分布函数图分别选取阈值, 对低频数据和高频数据分布拟合了 POT 模型, 认为用核拟合优度统计法选取阈值比较有效; 张虎等<sup>[10]</sup>用极值理论对沪深股市收益率的风险价值进行研究; 王森等<sup>[11]</sup>对沪市收益波动和厚尾性的条件风险价值(CVaR)进行研究。在 Harvey 等<sup>[12]</sup>提出了 Beta-skew- $t$ -EGARCH 模型和 Gamma-skew-GED-EGARCH 模型的基础上, 侍成等<sup>[13]</sup>比较了 GARCH- $t$ 、EGARCH- $t$ 、GJR-GARCH- $t$  和 Beta-skew- $t$ -EGARCH 模型下的 VaR; 张保帅等<sup>[14]</sup>发现 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型能有效提高极值风险的预测精度; 孙召伟等<sup>[15]</sup>将 Copula 函数和非对称 Laplace 结合研究上证指数和深证成指的 VaR 和 CTE。

目前, 同时考虑收益率的尖峰、肥尾特性、杠杆效应和厚尾性的文献相对较少, 为了全面考虑收益率序列, 同时考虑极端值的 VaR, 本文将极值理论与 GARCH 模型进行结合, 比较 EGARCH- $t$  模型、EGARCH- $t$ -POT 模型和 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT

收稿日期: 2019-03-04  
基金项目: 国家自然科学基金项目(61703117; 61763008); 广西高校中青年骨干教师科研基础能力提升项目(2018KY0261)  
作者简介: 杜诗雪(1996—), 女, 硕士研究生, 研究方向: 应用统计, 1070811927@qq.com。  
通讯作者: 唐国强, 博士, 教授, tanggq@glut.edu.cn。  
引文格式: 杜诗雪, 唐国强, 李世君. 基于极值理论的沪深股市风险度量[J]. 桂林理工大学学报, 2020, 40(2): 430-436.

模型在 95% 和 99% 置信水平下的 VaR, 并实证检验模型的精度和有效性。

## 1 理论介绍

### 1.1 EGARCH- $t$ 模型

为了反映金融市场波动的非对称性, Nelson<sup>[16]</sup> 提出了指数条件异方差模型 EGARCH( $p, q$ )。本文采取低阶的 EGARCH(1,1) 模型

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left| \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right| + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}}, \quad (1)$$

条件方差方程中:  $\sigma_t^2$  表示方差;  $\omega$  为常数项;  $u_{t-1}$  为收益率上一期的条件均值; 当杠杆参数  $\gamma \neq 0$ , 说明干扰对股价的影响是非对称的; 当  $\gamma < 0$ , 说明股市价格波动受到负外部冲击的影响大于受到正外部冲击的影响, 即杠杆效应<sup>[17]</sup>。

EGARCH- $t$  模型的 VaR 计算公式为

$$VaR = \mu_t + t_{1-p, v} \sigma_t, \quad (2)$$

其中:  $\mu_t$  和  $\sigma_t$  为收益率的条件均值和条件标准差,  $t_{1-p, v}$  是自由度为  $v$  的  $t$  分布的  $1-p$  分位数。

### 1.2 EGARCH- $t$ -POT 模型

EGARCH- $t$ -POT 模型: 提取 EGARCH- $t$  模型标准化残差, 选取适当的阈值, 对超过阈值的数据拟合广义帕累托分布 (GPD)。定义超越期望函数为

$$e_T(u) = \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} (x_{t_i} - u), \quad (3)$$

其中,  $N_u$  是残差值超过阈值  $u$  的数据个数, 即超越量;  $x_{t_i}$  是对应收益率的值。超越期望函数选择阈值的标准为阈值  $u$  足够大, 在  $x_{t_i} > u$  之后的超越期望函数曲线近似线性<sup>[17]</sup>。

假设日对数收益率为  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , 分布函数为  $F(r)$ ,  $x_i = r_i - u$  为超越量, 超越量  $x$  的分布函数表示为

$$F_u(x) = Pr(r - u | r > u) = \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)}, \quad x \geq 0. \quad (4)$$

式中,  $Pr$  表示概率, 将式(4)变换可得

$$F(r) = F(x + u) = [1 - F(u)] F_u(x) + F(u), \quad r > u. \quad (5)$$

对于一个充分大的阈值  $u$ ,  $F_u(x)$  可用广义帕累托分布 (GPD) 近似。GPD 分布包括形状参数  $\xi$  和尺度参数  $\beta$ , 可表示为

$$G(x; \xi, \beta) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x / \beta)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0; \\ 1 - \exp(-x/\beta), & \xi = 0. \end{cases} \quad (6)$$

对于分布函数  $F(r)$ , 可用经验估计值  $(n - N_u)/n$  来近似, 则可以得到实际样本的分布函数为

$$F(r) = 1 - \frac{N_u}{n} \left[ 1 + \frac{\xi}{\beta} (r - u) \right]^{-1/\xi}, \quad r > u. \quad (7)$$

解出上述分布函数分位数, 则 EGARCH- $t$ -POT 模型的 VaR 计算公式为

$$VaR_\alpha = u + \frac{\beta}{\xi} \left\{ \left[ \frac{n}{N_u} (1 - \alpha) \right]^{-1/\xi} - 1 \right\}. \quad (8)$$

### 1.3 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型

为了更好地描述金融时间序列的尖峰、肥尾、偏斜、非正态、波动率聚集以及杠杆效应, Harvey 和 Sucarrat 在 2014 年提出 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} r_t = \exp(\lambda_t) \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim st(0, \sigma_\varepsilon, v, \gamma); \\ \lambda_t = \omega + \lambda_t^+; \\ \lambda_t^+ = \varphi \lambda_{t-1}^+ + \kappa_1 u_{t-1} + \kappa^* \text{sgn}(-r_{t-1}), \quad |\varphi| < 1; \\ \varepsilon_t = \varepsilon_t^* - \mu_\varepsilon, \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $st(0, \sigma_\varepsilon, v, \gamma)$  是偏  $t$  分布;  $\sigma_\varepsilon$  是条件误差  $\varepsilon_t$  的标准差;  $v$  是自由度;  $\gamma$  是偏度系数;  $u_t$  为条件得分项, 是独立同分布的, 且  $u_t \sim \text{Beta}\left(0, \frac{2v}{v+3}\right)$ 。

Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型标准化过后的残差为  $resid$ , 在置信水平  $p$  下金融产品的 VaR 为

$$VaR_{p, t} = \mu_t + \sigma_t VaR_{p, t}^*. \quad (10)$$

式中:  $\mu_t$  和  $\sigma_t$  表示期望收益率和标准差,  $VaR_{p, t}^*$  指的是标准化过后的残差  $resid$  的 VaR, 可由式(8)得到。

### 1.4 VaR 的返回检验<sup>[2]</sup>

VaR 的准确率检验是指 VaR 模型的测量结果对实际损失的覆盖程度。例如, 假设事先给定置信区间为 95%, 则 VaR 的准确性是指实际损失结果超过 VaR 的概率是否小于 5%。VaR 的准确率检验方法有失败率检验法、区间预测法、分布预测法、超额损失大小检验法、方差检验法、概率预测法和风险轨迹预测法等。本文采用 Kupiec<sup>[18]</sup> 提出的失败率检验法测量 VaR 计算的准确程度。构造检验统计量

$$LR = -2 \ln[(1-p)^{T-N} p^N] + 2 \ln \left[ \left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N \right], \quad (11)$$

其中： $p$  为显著性水平； $N$  为失败天数； $T$  为观测总天数，则失败频率为  $N/T$ 。假设计算 VaR 的置信度为  $c$ ，则模型的准确性评估就转变为检验失败频率  $N/T$  是否显著不同于  $1 - c$ 。在原假设的条件下， $LR$  统计量应服从自由度为 1 的卡方分布。如果计算出的  $LR$  大于卡方统计量的临界值，就拒绝 VaR 有效的原假设。

2 上证指数收益率风险度量

2.1 数据选取和描述性统计

为了检验上述模型的精度和有效性，选取沪市上证综合指数 2009 年 1 月 5 日—2018 年 11 月 16 日的日收盘价，共 2 401 个数据作为研究数据。假设  $t$  时刻的收盘价为  $P_t$ ，由于收益率序列比收盘价序列具有更好的统计特征，本文对收盘价取对数再进行差分运算即可得到日收益率  $r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ ，共 2 400 个数据(图 1)。数据来自国泰安数据库，均采用 R 软件分析。

偏度是统计分布非对称程度的特征，由表 1 可以看出，收益率偏度为负值，具有左偏特征。根据边宽江等<sup>[19]</sup> 的检验方法对尖峰、厚尾进行检验，峰度为  $5.057\ 111 > 3$ ，具有尖峰的特征。J-B 统计量  $p$  值小于显著性水平 0.01，拒绝正态和无尖峰的原假设。

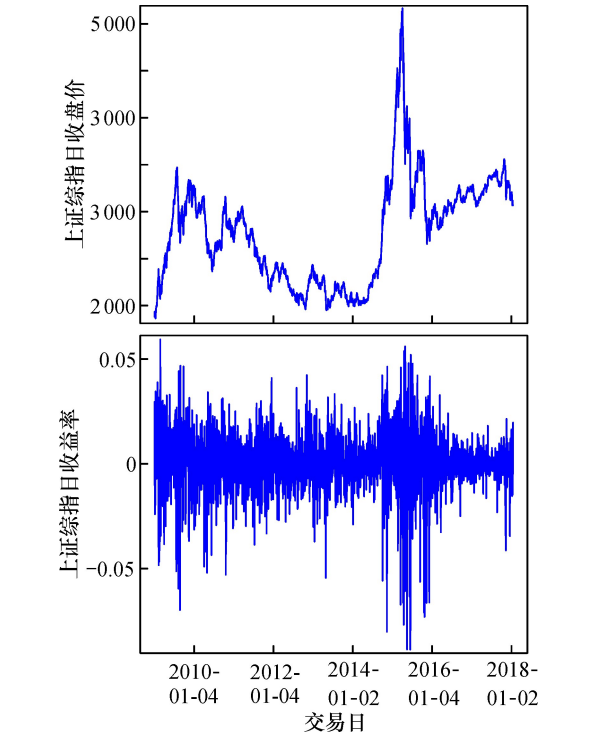


图 1 上证综合指数日收盘价和日收益率  
Fig. 1 Daily closing value and daily return of Shanghai Composite Index

表 1 上证综合指数的日收益率描述性统计  
Table 1 Descriptive statistics of daily closing value of Shanghai Composite Index

样本量	最小值	最大值	均值	标准差	偏度
2 400	-0.088 729	0.059 359	0.000 147	0.014 497	-0.863 956
峰度	J-B 统计量	ADF	P-P	Ljung-Box	ARCH-LM
5.057 111	2 863.179 (0.000 0)	-13.104 (0.01)	-47.293 (0.01)	16.066 (0.013 4)	331.6 (0.000 0)

注：括号内为  $p$  值。

原假设。由图 2 的 Q-Q 图中也可以明显看出收益率不服从正态分布，且图中上下两端数据均偏离直线，表明收益率尾部具有厚尾性。ADF 检验和 P-P 检验表明，序列是平稳的；Ljung-Box 检验显示在 0.05 的显著性水平下，收益率序列不存在自相关。日收益率图中可以看出波动率聚集特征，对收益率序列进行 ARCH 效应检验，结果表明收益率序列具有条件异方差性。

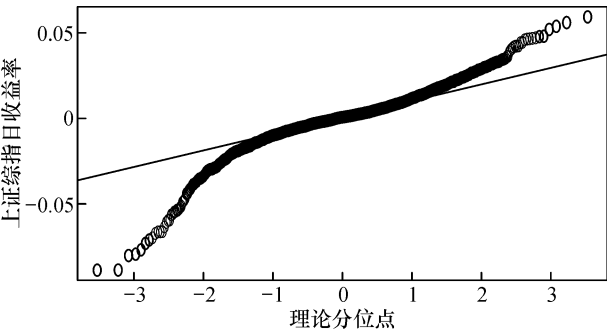


图 2 上证综合指数日收益率 Q-Q 图  
Fig. 2 Q-Q plot of Shanghai Composite Index

2.2 模型建立

2.2.1 EGARCH(1,1)- $t$  模型建立 由于上证综合指数序列具有非对称性和异方差性，且  $t$  分布相对于正态分布和广义误差分布 (GED) 能更好地反映收益率特征，建立 EGARCH(1,1)- $t$  模型，通过极大似然估计法估计出模型参数及参数显著性检验值，如表 2 所示。

可见，除了参数  $\alpha$  的  $p$  值没有通过检验之外，其余参数均通过显著性检验。收益率的参数

表 2 EGARCH(1,1)- $t$  模型参数估计  
Table 2 Parameters estimation of EGARCH(1,1)- $t$  model

参数	估计值	标准误差	$t$ 值	$p$ 值
$\omega$	-0.056 603	0.001 620	-34.940 07	0.00 00
$\alpha$	-0.010 038	0.010 406	-0.964 63	0.334 731
$\beta$	0.993 477	0.000 360	2 757.178 17	0.000 00
$\gamma$	0.129 913	0.005 825	22.303 97	0.000 00
$v$	4.745 394	0.476 597	9.956 82	0.000 00

值( $\omega = -0.056\ 603$ )非常小,说明市场的风险很大。将参数估计值带入式(1),即可得到EGARCH(1,1)- $t$ 模型的条件方差方程

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.056\ 603 + 0.993\ 477\ln(\sigma_{t-1}^2) - 0.010\ 038 \left| \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right| + 0.129\ 913 \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}}. \quad (12)$$

2.2.2 EGARCH(1,1)- $t$ -POT模型建立 由上述EGARCH(1,1)- $t$ 模型可以得到标准差的估计。由于EGARCH(1,1)- $t$ 模型度量的是正常市场中的风险,而现实情况中往往是少数的极端值却可能造成巨大的损失。因此,对EGARCH(1,1)- $t$ 模型的标准化残差建立EGARCH(1,1)- $t$ -POT模型,即对超过阈值 $u$ 的数据进行建模。建立POT模型最重要的就是阈值的选择,阈值选择过大会造成尾部数据太少,估计出的参数的方差就会很大,精度变差;相反,如果阈值选择太小,就会把靠近中心的数据用来拟合,造成有偏的参数估计<sup>[20]</sup>。选取阈值的方法一般采用超越期望函数图法,要求超过阈值部分呈现线性特征。另外,DuMouchel等<sup>[21]</sup>提出的10%原则:在阈值 $u$ 允许的情况下,选取10%左右的数据作为要研究的极端值数据。

根据超越期望函数(图3),综合DuMouchel提出的10%原则,可以看出在标准化残差大于1.6之后超越期望函数图呈线性趋势。因此,选择阈值1.6较为合理。对于超过阈值的数据拟合广义帕累托分布(GPD),得到形状参数 $\xi$ 和尺度参数 $\beta$ 的估计结果(表3)。为了检验模型的拟合效果,对

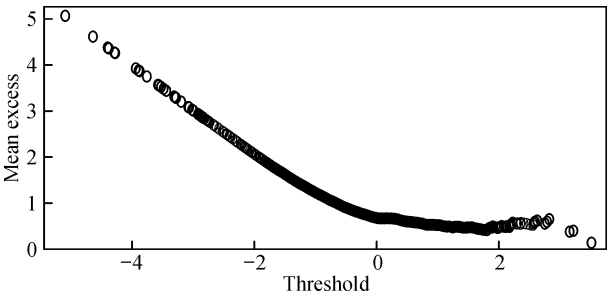


图3 EGARCH(1,1)- $t$ 模型的超越期望函数图  
Fig. 3 Mean excess plot of EGARCH(1,1)- $t$  model

表3 EGARCH(1,1)- $t$ -POT模型参数估计

Table 3 Parameter estimation of EGARCH(1,1)- $t$ -POT model			
阈值 $u$	超越量	形状参数 $\xi$	尺度参数 $\beta$
1.6	99	0.000 776 949 5 (0.102 962 9)	0.459 418 488 8 (0.066 103 7)

注:括号内为标准误差,下同。

EGARCH(1,1)- $t$ 模型的标准化残差建立POT模型,诊断检验如图4所示。散点和拟合线越接近说明模型拟合得越好,可以看出,大部分散点都落在拟合线上或附近,极少部分点与拟合线有微小的偏差,说明模型拟合效果良好,这也说明选取阈值1.6是合理的。

2.2.3 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT模型建立 对上证综合指数日对数收益率序列拟合Beta-skew- $t$ -EGARCH模型,结果如表4所示。参数 $\omega$ 是长期波动的常数项; $\varphi$ 是持续性参数,数值较大说明波动的丛集性较强; $\kappa_1$ 是ARCH参数,其绝对值越大说明波动对冲击的反应越大; $\kappa^*$ 是杠杆参数,说明收益率序列具有杠杆效应;参数 $df$ 和 $skew$ 分别是模型自由度和偏度参数<sup>[14]</sup>。

对Beta-skew- $t$ -EGARCH模型的残差进行标准化,再建立POT模型。从图5中可以看出,超越期

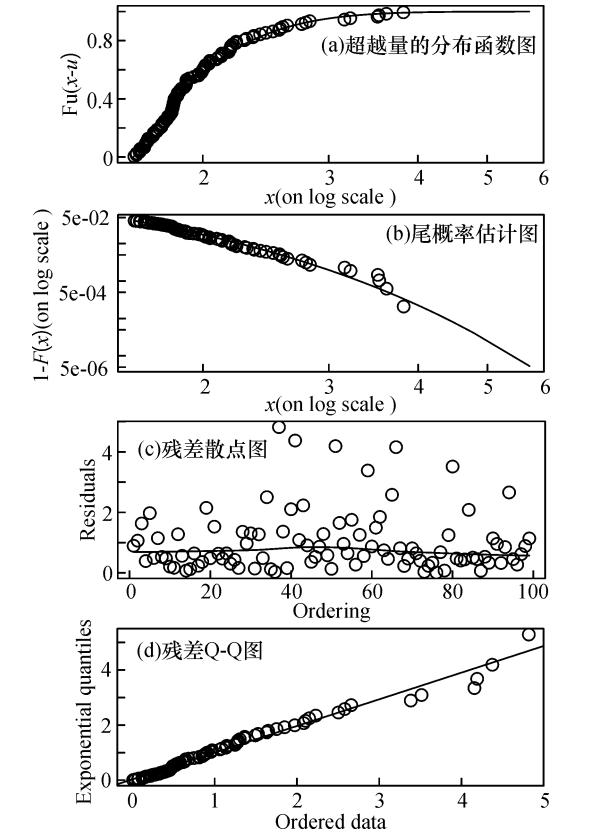


图4 EGARCH(1,1)- $t$ -POT模型诊断检验图  
Fig. 4 Diagnostic test plot of EGARCH(1,1)- $t$ -POT model

表4 Beta-skew- $t$ -EGARCH模型参数估计

Table 4 Parameter estimation of Beta-skew- $t$ -EGARCH model					
$\omega$	$\varphi$	$\kappa_1$	$\kappa^*$	$df$	$skew$
-4.275 956 (0.343 178)	0.996 262 (0.003 369)	0.038 450 (0.005 313)	0.006 483 (0.003 468)	4.873 698 (0.516 877)	0.909 895 (0.021 907)



望函数图在某个临界值之后开始呈现线性趋势,选取阈值为 1.5,得到 POT 模型的形状参数  $\xi$  和尺度参数  $\beta$  的估计结果如表 5。为了检验模型的拟合效果,对 Beta-skew- $t$ -EGARCH 模型的标准化残差建立 POT 模型,诊断检验如图 6 所示,散点和拟合线越接近,说明模型拟合得越好,可知大部分散点都在拟

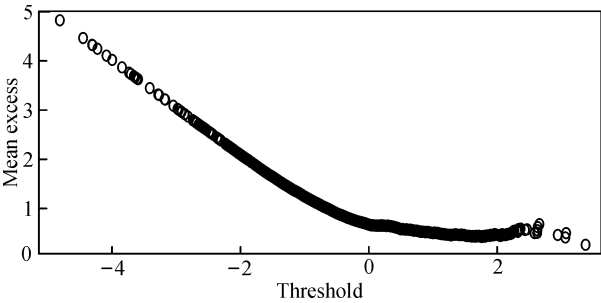


图 5 Beta-skew- $t$ -EGARCH 模型的超越期望函数图  
Fig. 5 Mean excess plot of Beta-skew- $t$ -EGARCH model

表 5 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型参数估计			
Table 5 Parameter estimation of Beta-skew- $t$ -EGARCH model			
阈值 $u$	超越量	形状参数 $\xi$	尺度参数 $\beta$
1.5	121	-0.003 457 088 (0.091 117 32)	0.452 590 087 (0.058 251 03)

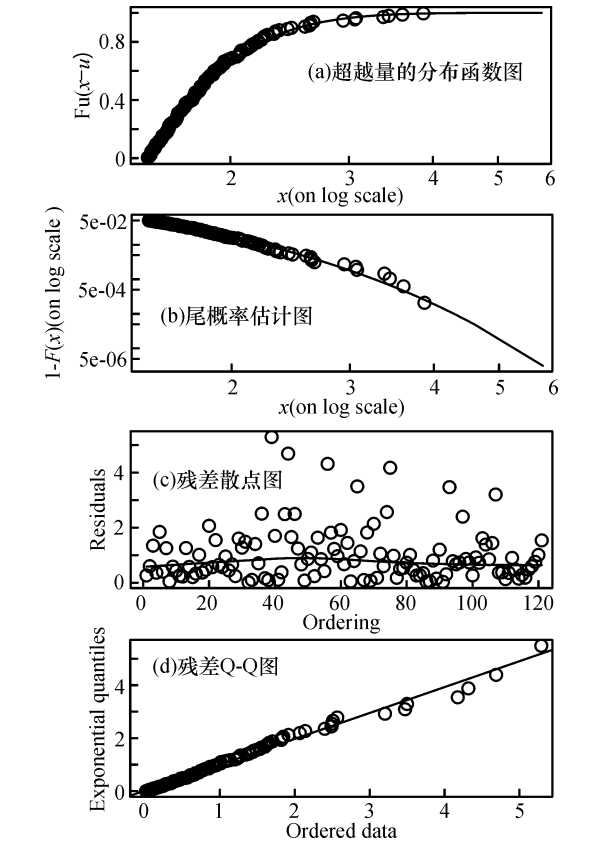


图 6 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型诊断检验图  
Fig. 6 Diagnostic test plot of Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT model

合线上,极少部分点与拟合线有微小的偏差,说明模型的拟合效果较好。

2.3 VaR 计算和返回检验

Kupiec<sup>[18]</sup>提出的失败率检验法认为:当 VaR 低于实际损失则记为一次失败事件;反之,当 VaR 超过实际损失则记为一次成功事件。实际失败率 $p$ 等于失败天数  $N$ 除以观测总天数  $T$ 。模型原假设为  $H_0:p = N/T = \alpha$ ,其中  $\alpha$ 是显著性水平。当实际失败率 $p$ 小于给定的显著性水平  $\alpha$ ,则高估风险;反之,当实际失败率 $p$ 大于给定的显著性水平  $\alpha$ ,则低估风险。对各模型进行 VaR 计算,结果见表 6。

表 6 各模型的失败率及 LR 统计量				
Table 6 VaR value and statistic LR of models				
模型	$\alpha$	失败天数	失败率	LR 统计量
EGARCH- $t$	0.05	91	0.037 916 7	8.020 239
	0.01	17	0.007 083 3	2.296 026
EGARCH- $t$ -POT	0.05	117	0.048 750	0.079 579
	0.01	20	0.008 333 3	0.713 868
Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT	0.05	119	0.049 583 3	0.008 795
	0.01	20	0.008 333 3	0.713 868

从整体来看,各模型失败率都小于显著性水平,说明各模型都有不同程度上的低估风险。从各模型失败率的表现来看,在显著性水平为 0.05 和 0.01 下,表现最差的都是 EGARCH- $t$  模型;但在加入了极值理论后的 EGARCH- $t$ -POT 模型,失败率表现得更为接近显著性水平。对于 Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT 模型来说,失败率在显著性水平为 0.05 下较 EGARCH- $t$ -POT 模型有所提升,但是在较低的显著性水平 0.01 下,失败率并没有表现得更好。就似然比统计量  $LR$  来说,在显著性水平为 0.05 和 0.01 下,卡方临界值分别为 3.841 和 6.635,只有 EGARCH- $t$  模型在 0.05 的显著性水平下,8.020 239>3.841,预测准确率不高。其余模型在显著性水平为 0.05 和 0.01 下都接受原假设,认为 VaR 是有效的。

3 深证指数收益率风险度量

选取 2009 年 1 月 5 日—2018 年 11 月 16 深证成分指数的日收盘价作为研究对象,具体分析过程同第 2 节。对深证成分指数建立 EGARCH(1,1)- $t$  模型,得到模型参数估计如表 7。

从上述模型参数估计表来看,所有参数均通过了显著性检验,将参数估计值带入式(1),得到

表 7 EGARCH(1,1)-t 模型参数估计

Table 7 Parameter estimation of EGARCH(1,1)-t model				
参数	估计值	标准误差	t 值	P 值
$\omega$	-0.084 246	0.012 096	-6.964 8	0.000 00
$\alpha$	-0.033 214	0.011 933	-2.783 4	0.005 379
$\beta$	0.989 965	0.001 522	650.390 3	0.000 00
$\gamma$	0.132 265	0.028 571	4.629 4	0.000 004
$\nu$	4.745 394	0.651 116	8.077 6	0.000 00

深证成分指数的 EGARCH(1,1)-t 模型的条件方差方程

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.084\,246 + 0.989\,965\ln(\sigma_{t-1}^2) - 0.033\,214\left|\frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right| + 0.132\,265\frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}}。 \quad (13)$$

对 EGARCH(1,1)-t 模型的标准化残差建立 EGARCH(1,1)-t-POT 模型,根据超越期望函数图和 DuMouche10%原则,选择阈值为 1.35,对超限值的数据建立 POT 模型,结果如表 8 所示。

对深证成分指数收益率序列拟合 Beta-skew-t-EGARCH-POT 模型。同样,根据超越期望函数图和 DuMouche10%原则,选择阈值为 1.35,得到模型参数估计如表 9 所示。

表 8 EGARCH(1,1)-t-POT 模型参数估计

Table 8 Parameter estimation of EGARCH(1,1)-t-POT model			
阈值 $u$	超越量	形状参数 $\xi$	尺度参数 $\beta$
1.35	175	-0.079 675 72 (0.076 451 48)	0.469 938 80 (0.469 938 80)

表 9 Beta-skew-t-EGARCH-POT 模型参数估计

Table 9 Parameter estimation of Beta-skew-t-EGARCH-POT model					
$\omega$	$\varphi$	$\kappa_1$	$\kappa^*$	$df$	$skew$
-4.244 331 (0.142 639)	0.991 192 (0.004 155)	0.040 122 (0.005 702)	0.014 711 (0.003 906)	5.516 437 (0.624 003)	0.908 075 (0.023 389)
阈值 $u$	超越量	形状参数 $\xi$		尺度参数 $\beta$	
1.35	175	0.111 675 (0.074 410 21)		0.476 855 1 (0.050 421 23)	

分别对上述 3 个模型进行 VaR 计算和失败率检验,结果见表 10。从整体来看,各模型失败率都小于显著性水平,说明 3 个模型都有不同程度上的低估风险。从各模型失败率的表现来看,无论是在显著性水平为 0.05 还是 0.01,表现最差的都是 EGARCH-t 模型;但加入了极值理论后的 EGARCH-t-POT 模型在两个显著性水平下,失败率都更为接近显著性水平,这一点与沪市一致。对于 Beta-skew-t-EGARCH-POT 模型来说,在显著

性水平 0.05 下,相对于 EGARCH-t-POT 模型失败率表现更好,这一点与沪市也是一致的;但是在较低的显著性水平 0.01 下,则不然。只有 EGARCH-t 模型在 0.05 的显著性水平下的 LR 统计量值 7.453 078>3.841,预测准确率不高。其余模型在显著性水平为 0.05 和 0.01 下 LR 统计量都是小于卡方临界值的,不拒绝原假设,说明预测准确率较高,认为 VaR 有效。

表 10 各模型的失败率及 LR 统计量

Table 10 VaR value and statistic LR of models				
模型	$\alpha$	失败天数	失败率	LR 统计量
EGARCH-t	0.05	92	0.038 333 3	7.453 078
	0.01	17	0.007 083 3	2.296 026
EGARCH-t-POT	0.05	115	0.047 916 7	0.222 246
	0.01	22	0.09 166 7	0.173 182
Beta-skew-t-EGARCH-POT	0.05	116	0.048 333 3	0.141 854
	0.01	22	0.009 166 7	0.173 182

4 结 论

通过沪市和深市的日收益率的风险价值分析,运用 EGARCH-t 模型、EGARCH-t-POT 模型和 Beta-skew-t-EGARCH-POT 模型,分别计算在 95%和 99%两种置信水平下的 VaR。3 种模型的侧重点各有不同,EGARCH-t 模型主要刻画了金融时间序列的非对称性和杠杆效应。EGARCH-t-POT 模型则在提取 EGARCH-t 模型标准化残差的基础上加入了极值理论,能够很好地刻画日收益率剩余波动的影响,体现分布的“厚尾性”。Beta-skew-t-EGARCH-POT 模型综合了 GRACH 族模型的优点,同时加入对模型尾部拟合较好的 POT 模型,能够很好地刻画金融时间序列特征。通过 3 种模型的实证研究及对比分析,得出以下结论:

- (1) 我国股票市场的收益率分布总体上具有尖峰、肥尾、非对称性和波动集聚性的特征。从侧面证明了用正态分布去刻画收益率序列是不充分的。因此,如何选取合适的模型去描述金融数据的特征,也是一个需要重点研究的问题。
- (2) 加入极值理论的 POT 模型对收益率尾部分布进行拟合,得出的结论是 VaR 值更接近于给定的显著性水平,风险度量的效果会更好。但是,关于阈值的选取,仅仅依靠观察超越期望函数图未免有些主观,需要综合多种方法进行选择。
- (3) Beta-skew-t-EGARCH-POT 模型目前应用

的还很少,但对其标准化后的残差序列拟合极值理论的广义帕累托分布(GPD),得到的 VaR 值在 95%置信水平下表现最好,但在 99%置信水平下表现并没有比 EGARCH- $t$ -POT 模型更好。

(4) 通过似然比统计量  $LR$  进行返回检验,发现只有 EGARCH- $t$  模型在 95%置信水平下的 VaR 值没有通过检验,其余模型在 95%和 99%两种置信水平下的 VaR 值均通过了检验,认为其 VaR 值是有效的。

## 参考文献:

- [1] Tsay R S. 金融数据分析导论:基于 R 语言 [M]. 李洪成,尚秀芬,郝瑞丽,译. 北京:机械工业出版社,2013: 257-258.
- [2] 王春峰. 金融市场风险管理 [M]. 天津:天津大学出版社,2001: 3-4.
- [3] 龚锐,陈仲常,杨栋锐. GARCH 族模型计算中国股市在险价值 (VaR) 风险的比较研究与评述 [J]. 数量经济技术经济研究,2005 (7): 67-81.
- [4] Orhan M, Köksal B. A comparison of GARCH models for VaR estimation [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39 (3): 3582-3592.
- [5] 张颖,张富祥. 分位数回归的金融风险度量理论及实证 [J]. 数量经济技术经济研究,2012, 29 (4): 95-109.
- [6] Engle R F, Manganelli S. CAViaR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles [J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2004, 22 (4): 367-381.
- [7] 简志宏,曾裕峰,刘曦腾. 基于 CAViaR 模型的沪深 300 股指期货隔夜风险研究 [J]. 中国管理科学,2016, 24 (9): 1-10.
- [8] 刘亭,赵月旭. 基于 QR- $t$ -GARCH(1,1)模型沪深指数收

- 益率风险度量的研究 [J]. 数理统计与管理, 2018, 37 (3): 533-543.
- [9] 唐勇,唐振鹏. 基于 POT 模型的股票市场风险价值研究 [J]. 东南学术, 2012 (4): 92-102.
- [10] 张虎,汪娟. 基于极值视角的沪深股市收益率的风险度量 [J]. 统计与决策, 2016 (15): 163-165.
- [11] 王森,王春丽. 基于收益波动性和厚尾性的条件风险价值探究——来自沪深 300 指数的验证 [J]. 数学的实践与认识, 2017, 47 (17): 68-74.
- [12] Harvey A, Sucarrat G. EGARCH models with fat tails, skewness and leverage [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2014, 76 (76): 320-338.
- [13] 侍成,赵行为. 不同 GARCH 模型对股市风险价值评价的比较研究 [J]. 内江师范学院学报, 2016, 31 (6): 19-23.
- [14] 张保帅,金振骅. 基于 Beta-Skew- $t$ -EGARCH-POT 模型的极值风险测度研究 [J]. 南方金融, 2018 (2): 31-39.
- [15] 孙召伟,张浩敏. 基于 Copula 函数的 CTE 研究与实证分析 [J]. 桂林理工大学学报, 2014, 34 (2): 396-400.
- [16] Nelson D B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach [J]. Econometrica, 1991, 59 (2): 347-370.
- [17] 许启发,蒋翠侠. R 软件及其在金融定量分析中的应用 [M]. 北京:清华大学出版社, 2015: 188-257.
- [18] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. Social Science Electronic Publishing, 1995, 3 (2): 73-84.
- [19] 边宽江,程波,王蕾蕾. 收益分布尖峰厚尾问题的统计检验 [J]. 统计与决策, 2009 (7): 83-85.
- [20] 王艺馨,周勇. 极端情况下对我国股市风险的实证研究 [J]. 中国管理科学, 2012, 20 (3): 20-27.
- [21] DuMouchel W H. Estimating the stable index  $\alpha$  in order to measure tail thickness: a critique [J]. The Annals of Statistics, 1983, 11 (4): 1019-1031.

## Risk measurement of Shanghai and Shenzhen stock markets based on extreme value theory

DU Shi-xue, TANG Guo-qiang, LI Shi-jun

(College of Science, Guilin University of Technology, Guilin 541006, China)

**Abstract:** This paper selects the daily closing value data of Shanghai stock market and Shenzhen stock market for nearly 10 years and studies the risk measurement of daily logarithmic return rate of Shanghai Composite Index and Shenzhen Component Index. According to the characteristics of peak, fat tail and asymmetry of data, extreme value theory is added to the EGARCH model and the Beta-skew- $t$ -EGARCH model to depict the distribution of the tail portion. VaR values of the the EGARCH- $t$  model, the EGARCH- $t$ -POT model and Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT model are compared at 95% and 99% confidence levels respectively. The results show that the Beta-skew- $t$ -EGARCH model can well depict the characteristics of peak, fat tail and asymmetry of financial time series. The POT model of extreme value theory effectively improves the validity of the model. In general, the combination of volatility model and extreme value theory can better describe the risk of financial market.

**Key words:** Beta-skew- $t$ -EGARCH-POT model; VaR; extreme value theory