

文章编号: 1674-9057(2012)02-0179-05

doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2012.02.005

# 广域电磁法 $H-H_z$ 方式波数域的一次场特征

王顺国<sup>1,2</sup>, 熊彬<sup>2</sup>, 王有学<sup>2</sup>, 李长伟<sup>2</sup>

(1. 中南大学 地球科学与信息物理学院, 长沙 410083; 2. 桂林理工大学 地球科学学院, 广西 桂林 541004)

**摘要:** 电磁法 2.5 维正反演中, 逆傅里叶变换是不可缺少的步骤, 而波数选取是否合理决定逆变换精度。以广域电磁法  $H-H_z$  方式为例, 从多个角度进行计算分析, 讨论了波数域中一次场  $h_z$  的特征及相关问题。结果表明, 波数域中磁场曲线形态与空间域是相似的, 且过大的波数对应的磁场值非常小, 对提高计算精度没有帮助。选取了一组波数, 经验证是合理的。从计算结果看, Chave 算法的积分结果比 Anderson 算法的精度要高。

**关键词:** 广域电磁法; 波数域; 一次场特征; Chave 算法; Anderson 算法

**中图分类号:** P631.325

**文献标志码:** A

广域电磁法由何继善教授首先提出并大力倡导<sup>[1-2]</sup>。该方法采用人工场源发送信号, 摆脱了 MT 法天然场源信号微弱和随机变化的不利因素; 在供电的同时测量总场, 克服了 TEM 测量二次磁场因信号微弱而需要电流大、装备笨重的弱点; 能够在不限于传统“远区”概念的广大区域(简称广域), 采取测量人工源电磁场的一个电分量  $E$  或磁分量  $H$  的做法, 而不是同时测量相互正交的  $E$  和  $H$ ; 利用  $a^n$  ( $a$  和  $n$  由编码人选择) 编码信号, 其主要优点是它的各个主频率成分在对数坐标上分布均匀、各自拥有的能量大体相当、分布合理, 一次同时发送和接收强度大体相当的多个不同频率的信号, 摒弃了 CSAMT 法工作效率低下的变频方案, 从而可以实现一台发送、多台接收, 大大提高了野外勘查工作的效率。

理想的频率域电磁方法应当兼顾可以观测的区域广、勘探深度大(3~5 km)、多个频率同时发送和接收、精度高、野外观测效率高等几个方面的优势。广域电磁测深仪一反前人仅在远区测

量和变频方案的做法, 提出在广大区域(例如  $r \geq 3\delta$ ) 测量一个电场或磁场分量, 采用一次向地下同时发送多个频率的电磁激励信号, 同时接收多个频率地电响应的方案, 是一种能兼顾以上几方面优点的理想方法。

针对波数域问题, 国内外学者均有研究。罗延钟等<sup>[3]</sup>试算表明, 在 2.5 维电阻率法中, 即使在非均匀大地条件下, 波数域场值随波数变换的基本形态大体和均匀半空间条件下的相同。底青云等<sup>[4]</sup>研究波数域场值得出, 低波数对源的贡献占较大的比例。熊彬<sup>[5]</sup>针对收发距为零的中心回线瞬变电磁法, 提出了在傅氏域中考察傅氏变换函数随波数的变化规律, 进而根据曲线首尾支渐近线来划定波数覆盖的范围, 然后同解析解对比, 确定出最少个数的波数。Yuji Mitsuata<sup>[6]</sup>计算表明, 频率域 CSEM 2.5 维有限元正演中, 波数取值大于  $1/\Delta_{\min}$  ( $\Delta_{\min}$  为有限单元网格最小间距) 时, 所得结果偏离真值。沈金松等<sup>[7]</sup>用层状介质模型的解析解与数值计算结果对比, 分析了波数的优化

收稿日期: 2011-08-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(40974077; 41164004); 国家高技术研究发展计划项目(2007AA06Z134); 广西自然科学基金项目(2011GXNSFA018003); 广西高校优秀人才资助计划项目资助

作者简介: 王顺国(1987—), 男, 硕士研究生, 研究方向: 电磁法正演模拟及反演成像, wangshunguo@yeah.net。

通讯作者: 熊彬, 博士, 教授, xiongbn@glite.edu.cn。

引文格式: 王顺国, 熊彬, 王有学, 等. 广域电磁法  $H-H_z$  方式波数域的一次场特征[J]. 桂林理工大学学报, 2012, 32(2): 179-183.

取值范围及取值点数对数值模拟结果的影响。

本文以  $H-H_z$  广域电磁法为基础,研究了波数域一次场  $h_z$  的特征。波数域一次场在广域电磁法 2.5 维正演模拟中是重要的内容,对其研究非常必要。

## 1 基本理论

如图 1,发射源 ( $T$ ) 为垂直磁偶极子,选偶极子中心为坐标原点,接收源 ( $R$ ) 也位于  $x$  轴,收发距为  $r$ 。略去推导过程,此处直接给出均匀水平大地条件下,地面垂直磁偶极源在地面产生的磁场垂直分量  $H_z$  的表达式<sup>[8]</sup>

$$H_z = \frac{m}{2\pi k^2 r^5} [9 - (9 + 9ikr - 4k^2 r^2 - ik^3 r^3) e^{-ikr}], \quad (1)$$

其中:  $m$  为磁偶极源的磁矩大小,  $k = \sqrt{-i\omega\mu\sigma}$ ,  $\mu$  为磁导率,  $\omega$  为角频率,  $\sigma$  为半空间的电导率。

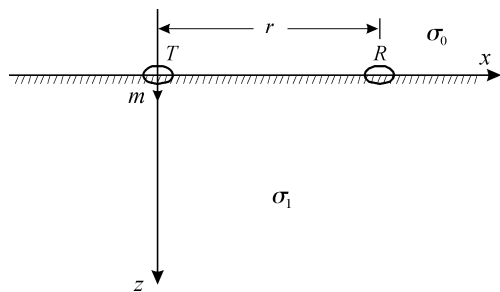


图 1 均匀半空间中的坐标系

Fig. 1 Coordinate system on homogeneous half-space

对傅氏域中谐变垂直磁偶极子引起的场的赫姆霍兹方程做变换,可以得地表上波数域一次场,此处给出垂直磁场的表达式

$$h_z = \frac{m}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-u_1 z}}{u_1 + u_0} (k_y^2 + k_x^2) \cos(k_x x) dk_x, \quad (2)$$

这里,  $m = Ids$ , 本文取  $ds = 1 \text{ m}^2$ ;  $u_n^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_n^2$  ( $n = 0, 1$ ),  $k_x$  为积分变量,  $k_y$  为波数,  $k_0 = \sqrt{-i\omega\mu\sigma_0}$ ,  $k_1 = \sqrt{-i\omega\mu\sigma_1}$ ,  $\sigma_0$  与  $\sigma_1$  分别为空气层和均匀半空间的电导率。公式详细推导可参考文献[9]。

利用式 (2), 计算得各个波数在观测点的波数域磁场值, 而空间域的磁场值要通过傅里叶逆变换对波数积分求取,

$$H(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, k_y, z) e^{ik_y y} dk_y, \quad (3)$$

计算上式时, 先对离散  $h$  值进行三次样条插值, 然后求积分和得  $H$  值。

## 2 算法对比

式 (2) 是无穷积分的形式, 针对该表达式的计算, Chave<sup>[10]</sup> 和 Anderson<sup>[11]</sup> 都提出了相应的方法, 笔者分别用这两种方法进行了计算, 并将二者傅氏逆变换的结果与式 (1) 的计算结果 (解析解) 进行了比较。

计算中, 频率在区间  $[10^{-2}, 10^4]$  以对数等间隔取 25 个值 (单位 Hz), 波数在区间  $[10^{-7}, 10^{-1}]$  也以相同方式取相同个数 (单位  $\text{m}^{-1}$ ),  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma_0 = 10^{-7} \text{ S/m}$ ,  $\sigma_1 = 10^{-2} \text{ S/m}$ ,  $I = 10 \text{ A}$ , 收发距可变。图 2a 中, Anderson 算法的结果在高频时明显偏离解析解; 图 2b 中, Anderson 算法的结果偏离的更严重, 而 Chave 算法的结果仅有一点偏移。总体上, 两种计算结果在收发距较小时的低频段都与解析解吻合, 随着收发距和频率的增大, Anderson 算法的结果明显偏离解析解。相比而言, Chave 算法的精度更高且稳定。

## 3 波数域一次场

### 3.1 单个波数

对图 2 中的模型, 参数设置一致, 选取 Chave 算法进行计算, 得到图 3 中单个波数 (在能说明问题的前提下, 只选了 7 个波数值以使图表清晰) 对应的波数域磁场值特征曲线。可见, 波数域磁场值的曲线形态和空间域中的保持一致。波数值逐渐增大时, 起初波数域中的磁场值保持稳定, 然后有减小的趋势, 当波数增大到一定程度, 波数域磁场曲线变为一条水平直线, 不再保持与空间域曲线形态相似的特征, 且此时的波数域场值非常小, 可以认为该曲线对应的波数在傅里叶逆变换中不起作用, 这对波数的选取有指导意义。

### 3.2 单个频率

对图 2 中的模型, 参数设置一致, 也选取 Chave 算法进行计算, 得到不同频率对应的波数域磁场特征曲线 (图 4), 曲线特征与图 3 中所得结论相似。随着波数的增大, 波数域磁场首先保持稳定, 然后迅速减小, 当  $k_y > 0.6 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$  时 (如图中黑色竖线所注), 曲线与图 3 中  $k_y = 10^{-1} \text{ m}^{-1}$  情况一致, 其对应的波数域磁场不再保持空间域磁场的特征, 在傅里叶逆变换中将不起作用, 此

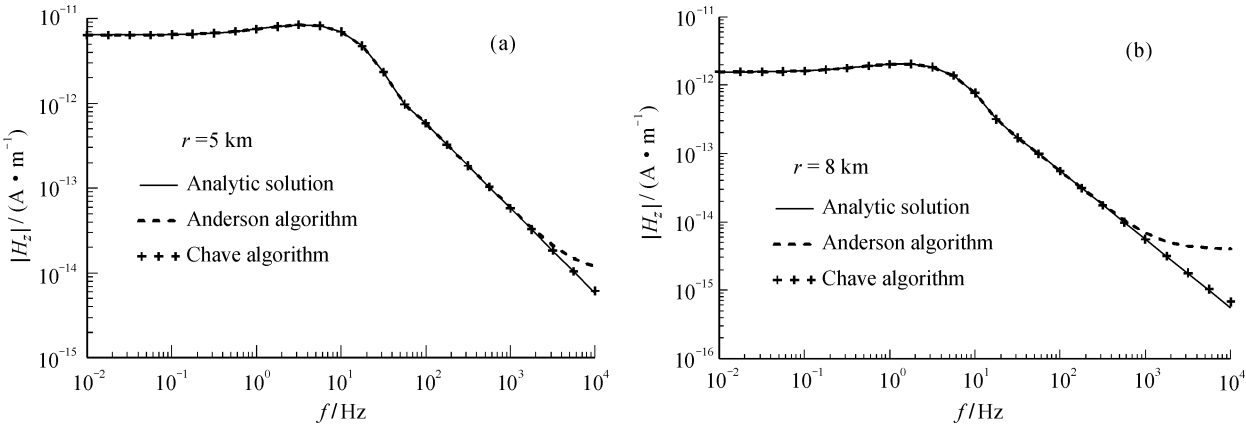


图 2 一次场对比  
Fig. 2 Comparison of primary fields

处出现曲线波动是由 Chave 算法计算误差引起。在场值衰减快的波数区域，要适当加密波数个数以保证计算精度。另外，低频对应的曲线相对集中，随频率的增大，波数域曲线有下拉的趋势，图中从  $f=10^2$  Hz 开始明显出现该特征， $f=10^4$  Hz 时最严重，可知高频逆变换的值会小于低频的，这一结论在图 2、图 3 中均得到了验证。

3.3 波数选取

对图 2 中的模型，频率在区间  $[10^{-2}, 10^3]$  以对数等间隔取 21 个值（单位 Hz），Number 表示波数的个数，其余参数（除波数范围和个数）均一致，选取 Chave 算法进行计算。图 5 是波数个数为 20 时不同波数范围逆变换结果与解析解的相对误差

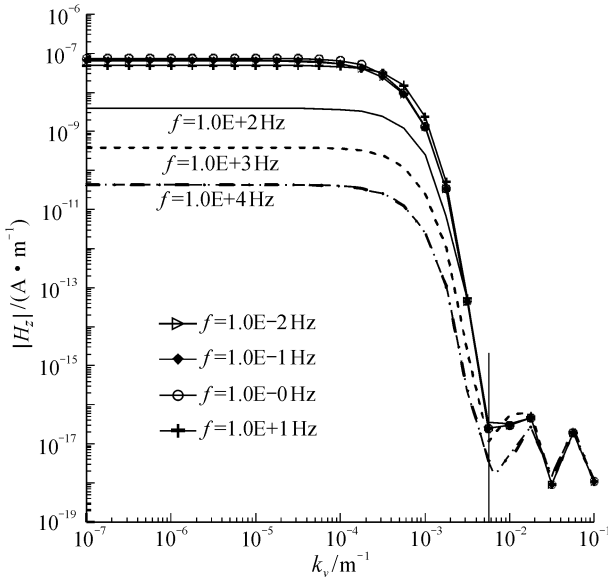


图 4 波数域磁场值 ( $r=5$  km)  
Fig. 4 Magnetic field  $H_z$  in  $k_y$  domain

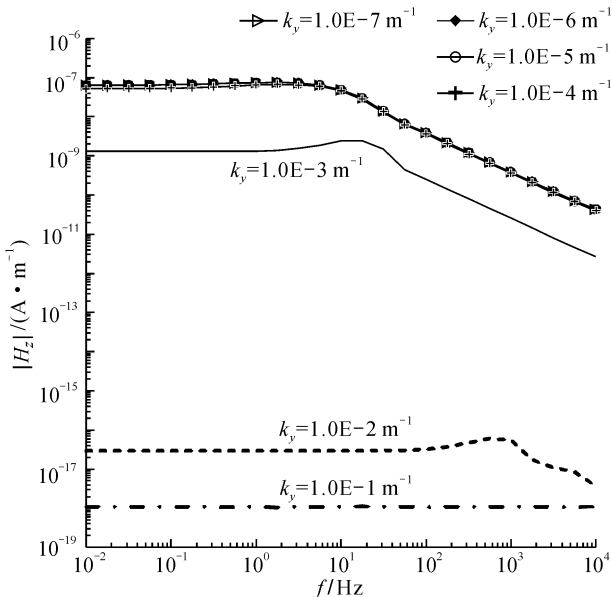


图 3 单个波数的场值 ( $r=5$  km)  
Fig. 3 Magnetic field of each single  $k_y$

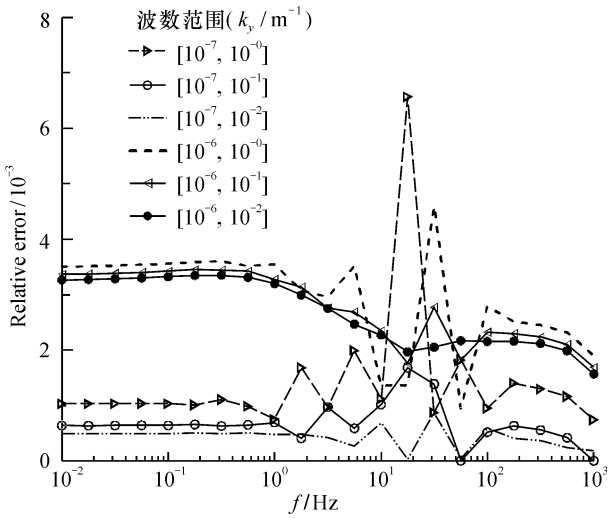


图 5 波数范围对逆变换结果的影响 ( $r=5$  km)  
Fig. 5 Effect to inverse Fourier transform results of  $k_y$  region

果,下同)曲线,波数范围  $[10^{-7}, 10^{-2}]$  的曲线的相对误差最小。因此,该范围是理想的选择。在选定范围的基础上,以对数等间隔选取波数个数,图 6 是不同波数个数逆变换结果与解析解的均方根误差 ( $\sqrt{(\sum_{i=1}^{nf} (H_0^i - H_a^i)^2)/nf}$ ,  $nf$  为频率个数) 曲线,从曲线看出随着波数个数的增多,均方根误差减小,当个数增到 21 个以后,误差不再明显减小,所以 21 个波数是理想选择,以最少的波数个数保证了高精度。

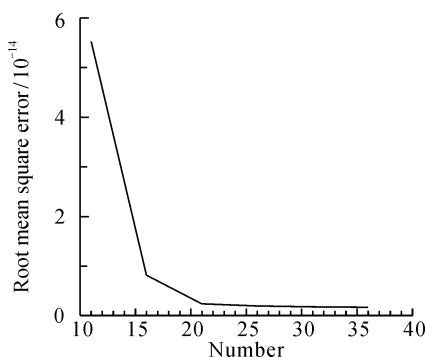


图 6 波数个数对逆变换结果的影响

Fig. 6 Effect to inverse Fourier transform results of  $k_y$  number

利用上述选定的波数范围和个数,计算主测线 ( $y=0$  m) 不同收发距、旁测线 ( $y \neq 0$  m) 相同收发距这两种情况下逆变换结果与解析解的相对误差,图 7 和图 8 分别是这两种情况的相对误差曲线。图 7 中,收发距为 8 km 时,相对误差依然小于 0.12%。图 8 中,  $y \leq 500$  m 时,相对误差曲线小于 4% (图中虚线所示),  $y \leq 1\,000$  m 时,相对误差小于 10% (图中点划线所示)。所以文中选择的波数是合理的。

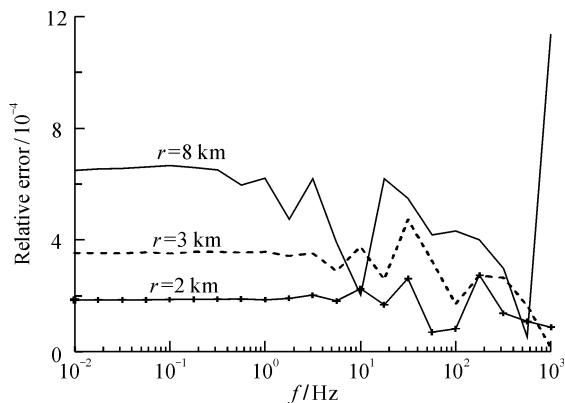


图 7 不同收发距的计算结果

Fig. 7 Results with different distance between transmitter and receiver

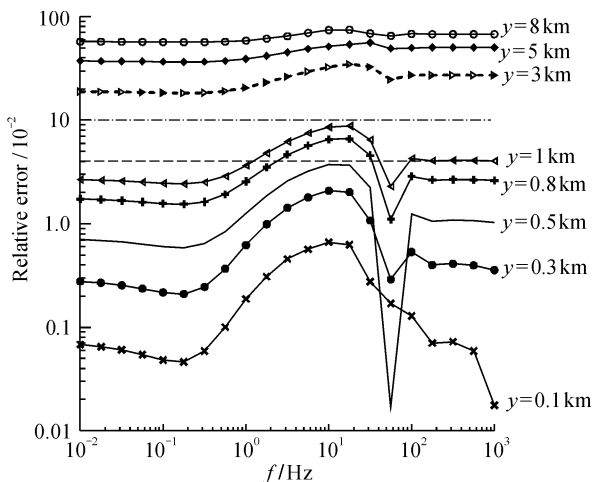


图 8 不同  $y$  值的计算结果 ( $x=5$  km)

Fig. 8 Results with different  $y$  values

## 4 结 论

(1) 在计算  $H-H_z$  广域电磁法波数域一次场时, Chave 算法所得结果比 Anderson 算法的结果精度更高且稳定,从而可知,在计算形如此类的积分时,首选 Chave 算法。

(2) 单个波数的磁场曲线形态和空间域中的保持一致。波数值较大时,波数域磁场值很小、不稳定,并不再保持空间域磁场特征,可知大波数对傅里叶逆变换的作用不大。场值衰减快的波数区域,要适当加密波数以保证计算精度。在电磁法 2.5D 正演计算中要注意这些特征。

(3) 通过误差分析选取了一组合理波数,波数范围  $[10^{-7}, 10^{-2}]$  (单位  $m^{-1}$ ),以等对数间隔取 21 个值。经计算,当收发距  $r \leq 8$  km、旁测线  $y \leq 500$  m 时,计算结果都有很高的精度。

(4) 计算结果亦表明,收发距  $x$  和  $y$  对波数选择和反傅氏变换计算精度影响很大,在作 2.5 维正反演时应予重视。

## 参考文献:

- [1] 何继善. 广域电磁测深法研究 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2010, 41 (3): 1065-1072.
- [2] 何继善. 广域电磁法和伪随机信号电法 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [3] 罗延钟, 孟永良. 关于用有限单元法对二维构造电阻率法模拟的几个问题 [J]. 地球物理学报, 1986, 29 (6): 613-621.
- [4] 底青云, Unsworth M, 王妙月. 复杂介质有限元法 2.5 维

- 可控源音频大地电磁法数值模拟 [J]. 地球物理学报, 2004, 47 (4): 723–730.
- [5] 熊彬. 关于瞬变电磁法 2.5 维正演中的几个问题 [J]. 物探化探计算技术, 2005, 28 (2): 124–128.
- [6] Mitsuhashi Y. 2-D electromagnetic modeling by finite-element method with a dipole source and topography [J]. Geophysics, 2000, 65 (2): 465–475.
- [7] 沈金松, 孙文博. 2.5 维电磁响应的有限元模拟与波数取值研究[J]. 物探化探计算技术, 2008, 30(2): 135–144.
- [8] 米萨克 N·纳比吉安. 勘查地球物理电磁法 (第 1 卷): 理论 [M]. 赵经祥, 译. 北京: 地质出版社, 1992.
- [9] 肖明顺. 带地形的瞬变电磁 2.5 维有限元数值模拟研究 [D]. 武汉: 中国地质大学, 2008.
- [10] Chave A D. Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion [J]. Geophysics, 1983, 48 (12): 1671–1686.
- [11] Anderson W L. Fourier cosine and sine transforms using lagged convolutions in double-precision ( Subprograms DLAGF0/DLAGF1) [R]. U. S. Geological Survey Open-File Report 83–320, 1983.

## Wave-Number Domain Features of Primary Field of $H-H_z$ Arrangement Wide Field Electromagnetic Method

WANG Shun-guo<sup>1,2</sup>, XIONG Bin<sup>2</sup>, WANG You-xue<sup>2</sup>, LI Chang-wei<sup>2</sup>

(1. School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China;

2. College of Earth Sciences, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** In the 2.5D forward and inverse modeling of controlled source electromagnetic method (CSEM), inverse Fourier transform is unavoidable, whether the results are right or wrong is decided by the wave-numbers. In order to research the key point, the wave-number domain primary field of  $H-H_z$  wide field electromagnetic method is calculated, the corresponding features are analyzed at the same time. The conclusions show us that both in space domain and in wave-number domain, the characteristics of magnetic curves are alike. Besides, large wave-number leads to very smaller magnetic value. These only can waste the time, but have no use for improving the precision of the results. A group wave-numbers are selected which is reasonable. The computation of the Chave's algorithm is superior to the Anderson's algorithm.

**Key words:** wide field electromagnetic method; wave-number domain; features of the primary field; Chave's algorithm; Anderson's algorithm