

文章编号: 1674-9057(2017)03-0495-06

doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2017.03.016

双因子沉降预测模型在某高填方工程中的应用

李海平, 黄 玮, 梁永辉, 刘 坤

(上海申元岩土工程有限公司, 上海 200040)

摘 要: 选取原地基为基岩的沉降数据进行分析, 将常用的填土高度、时间拟合函数进行组合, 以验证沉降预测函数的可靠性。通过各组合函数的对比分析, 高度函数采用幂函数、时间函数采用指数函数时的拟合度最高, 组合拟合函数最大复杂相关系数 R^2 为 0.785, 但不能满足函数拟合度要求。同时, 对单因子函数拟合值进行对比分析, 分别得到不同高度拟合函数的拟合度(幂函数 > 指数函数 > 多项式函数 > 线性函数)、不同时间拟合函数的拟合度(指数函数 > 双曲线函数 > 泊松曲线函数 > Gompertz 曲线函数)。根据沉降监测数据, 提出了一种考虑高填方沉降的新预测模型, 新预测模型的沉降变化过程与填土高度有关, 其最大复杂相关系数 R^2 为 0.959。

关键词: 沉降预测; 组合函数; 复杂相关系数; 拟合度

中图分类号: TU433

文献标志码: A

0 引 言

随着现代社会工程建设的不断增加, 目前可利用建设土地越来越少, 严重影响着社会的发展。尤其对于中国西北地区, 地貌多为梁峁沟谷, 建设土地多为沟谷区域, 制约着城市的发展, 因此, 削峰填谷成为西北地区城市发展的必要手段。

削峰填谷项目中, 场地不可避免出现大挖大填, 而沉降为项目成功与否的关键因素。因此, 国内外学者对高填方沉降进行了大量的研究, 主要包括三大类型, 即理论计算、实测数据拟合预测和数值模拟: 理论计算主要采用分层总和法, 因受施工工艺、填土类型、填土时间和场地周边环境差异性的影响, 室内试验提供的理论计算参数只能代表一定范围, 不能代表整个场地填土的情况, 故理论计算并不能反映场地实际的沉降变化规律; 实测数据拟合预测, 根据沉降监测所得数据, 分析沉降的发展过程, 从而分析后期沉降趋势, 但受各项目场地地质条件差异性影响,

实测数据只能反映单个项目的沉降变化情况, 对其他项目的可参考性小; 数值模拟能初步分析场地应力和变形的发展趋势, 但填土的本构模型建立困难, 且受施工工艺的影响, 数值模拟不能真正的模拟出填土沉降情况。针对以上问题, 在实际工程应用时, 采用实测数据拟合预测沉降更具有可操作性和适用性, 但应减少场地原地地质条件对填土沉降数据的影响, 从而克服目前实测数据拟合的缺点, 为其他项目提供借鉴。因此, 沉降数据选取时, 应选择原地基为基岩处的填土沉降数据进行分析。

通过分析、对比国内外沉降预测模型, 提出了考虑填土高度、填土时间双因子作用下填土沉降变化函数, 以研究填土沉降趋势, 并将其应用于某高填方工程。

1 沉降预测模型分析

国内外学者根据各工程项目监测数据, 对填土沉降进行了大量研究, 总结出填土沉降量主要

收稿日期: 2017-03-16

基金项目: 上海现代设计集团科研基金项目(14-1类-0051-基; 15-1类-0024-基)

作者简介: 李海平(1988—), 男, 硕士, 工程师, 研究方向: 岩土工程等领域的设计与科研, haiping382@163.com。

引文格式: 李海平, 黄玮, 梁永辉, 等. 双因子沉降预测模型在某高填方工程中的应用[J]. 桂林理工大学学报, 2017, 37(3): 495-500.

受填土高度、填土时间两因子控制，也因此出现多种沉降拟合模型，各模型有自身的特点，可适用于不同的场地环境。

1.1 沉降与时间模型

根据国内外学者对沉降模型的研究，高填方填土沉降与时间关系有双曲线模型、指数模型、泊松曲线模型、Gompertz 曲线模型等^[1]，各模型有自身的特点，适用于不同类型场地。

双曲线模型为最早的沉降预测模型，反映填土沉降随时间的增大而增大，沉降速率随时间增大而逐渐变缓，进而趋近于稳定状态。双曲线模型表达式

$$s_t = \frac{t}{k + t}s, \tag{1}$$

式中： s_t — t 时刻所对应的沉降，下同； s — 填土最终沉降，下同； k — 待定系数， $k > 0$ ，下同。

曾国熙等^[2] 根据太沙基固结理论，建议地基固结度采用指数曲线，因此，提出沉降可以采用指数模型，其表达式为

$$s_t = (1 - e^{-t/k})s. \tag{2}$$

泊松曲线又称为逻辑斯蒂曲线或推理曲线，在时间序列预测中，泊松曲线模型^[3-5] 表达式为

$$s_t = \frac{1}{1 + ke^{-mt}}s, \tag{3}$$

式中： m — 待定系数， $m > 0$ ，下同。

泊松曲线呈现为 S 型曲线，沉降速率为慢—快—慢，表现为发生、发展、成熟、极限 4 个阶段。文献 [3-5] 利用泊松曲线模型分析高填方路基、建筑地基的沉降变化情况，通过对比实测沉降数据，泊松曲线模型有很高的拟合度。

Gompertz 曲线又称增长曲线，由英国统计学家和数学家 E. P. Virene 提出，多用于分析人口变动趋势及生物学研究等方面，Gompertz 曲线表达式为

$$s_t = se^{-ke^{-mt}}. \tag{4}$$

根据 Gompertz 曲线的反“S”型特征，余闻等将其运用于预测路堤沉降与时间关系，证明了该模型在路堤沉降预测中的合理性^[6]。朱才辉等^[7] 基于吕梁机场的沉降监测数据，将常规的沉降模型进行对比，发现采用 Gompertz 曲线时的误差最小。赵明华等^[8] 将 Gompertz 曲线与 Logistic 曲线进行组合，通过分析提出采用一种最优组合形

式来拟合填土沉降。

1.2 沉降与填土高度模型

填土沉降除了与时间有关，还与填土高度有关，国内沉降与填土高度模型有线性模型、幂函数模型、多项式函数模型、指数函数模型等。

根据云南大理机场实测关系曲线，填土工后沉降与填土高度为线性关系，其表达式为

$$s = 1.305H - 10.9824, \tag{5}$$

式中： H — 填土高度，下同。

谢春庆等^[9] 对贵州、云南机场沉降数据进行分析，提出工后沉降与填土高度呈幂函数关系，其关系为

$$s = H^2 / \sqrt[3]{E^2}, \tag{6}$$

式中： E — 填筑体变形模量。

根据杜康沟车站西端高路堤沉降分析，沉降与填土高度呈多项式关系^[10]，关系式为

$$s = \frac{H}{4.5H + 64} + 0.00652H. \tag{7}$$

其他的沉降与填土高度预测模型还有劳顿和列斯特公式($s = 0.001H^{3/2}$)、顾慰慈公式($s = kH^n e^{-m/t}$)、铁路工程法($s = H^2/3\,000$) 等。

2 工程应用

结合上述沉降预测模型及现场沉降观测数据，分别应用于延安某项目场地，验证各模型在此类场合的实用性。

2.1 项目概况

场地位于延安市富县境内，场地地貌单元属黄土梁峁沟壑地带。坡体原多为农田，自陕西实行山川秀美工程后，已退耕还林，坡体现主要为林地，以刺槐为主，植被较为茂密，部分地段撂荒，杂草丛生（图 1）。



图 1 场地地貌
Fig. 1 Site landforms

地层自上而下依次为：耕植土、第四纪全新世坡、洪积黄土状土；第四纪晚更新世风积黄土、残积古土壤；第四纪中更世风积黄土、残积古土壤，三叠系下统瓦窑堡组砂岩及砂、页岩互层体。

场地 2012 年 6 月开工，到 2013 年 12 月大部分区域填土到位，仅沟口区域暂未填土到位。场地自 2012 年 9 月开始沉降监测，共埋设监测点 20 个(图 2)。由于场地强夯施工能级大、分层厚度大，部分沉降管在施工过程中被破坏或移位，不能正常观测，至设计标高后，有 14 个监测点能正常观测。

对于高填方工程，沉降包括原地基沉降和填土自身的固结沉降,为减少原地基沉降对沉降数

据的影响，笔者选取了原地基为基岩处的 7 个点沉降数据，沉降主要为填土自身的固结沉降，各点的数据如表 1 所示。

表 1 监测点沉降统计

Table 1 Settlement statistics of monitoring points

点号	基岩高程/m	填土高程/m	填土厚度/m	工后时间/d	工后沉降/mm
1	895.00	950.76	55.76	83	46.1
2	899.95	951.89	51.94	85	65.1
3	899.95	951.89	51.94	148	82.1
4	919.87	951.88	32.01	89	55.2
5	919.87	951.88	32.01	152	81.4
6	926.94	952.57	25.63	100	10.4
7	926.94	952.57	25.63	163	13.0

2.2 沉降拟合分析

根据国内目前现有的沉降与填土高度、填土时间的关系函数，笔者选择了双曲线模型、指数模型、泊松曲线模型、Gomportz 曲线模型、线性模型、幂函数模型、多项式函数模型等模型来同时拟合高度、时间与沉降关系。

根据沉降观测经验，工后最终沉降量与填土高度有关，沉降时间仅仅影响沉降变化过程，不影响最终沉降量，因此，双因子拟合函数模型为

$$s_{t,H} = s(H)f(t),$$

(8)

式中： $s(H)$ 为最终沉降控制函数，该函数仅与填土高度有关,也称高度函数； $f(t)$ 为沉降过程控制函数，控制填土沉降的发展趋势，也称时间函数，由于场地未进行堆载，场地沉降为自身固结沉降，因此，在时间函数选择中，不考虑瞬间沉降，即沉降函数曲线过原点，满足当 $t = 0$ 时， $f(t) = 0$ 。

沉降数据采用 SPSS 软件进行拟合，同时考虑待定参数 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 、 b_3 均 ≥ 0 ，拟合效果主要用拟合函数的复杂相关系数 R^2 进行评价，各函数的拟合结果如表 2 所示。

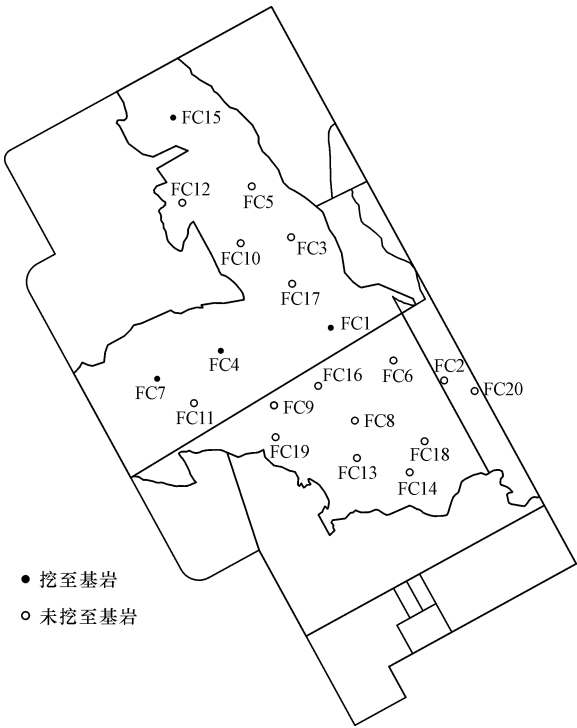


图 2 监测点平面位置

Fig. 2 Plane location of monitoring points

表 2 各拟合函数复杂相关系数 R^2

Table 2 Complex correlation coefficient R^2 of fitting functions

		线性函数 b_1H	幂函数 $b_1H^{b_2}$	多项式函数 $1/(b_1 + b_2/H) + b_3H$	指数函数 $b_1(e^{b_2H} - 1)$	时间函数 拟合值
双曲线函数	$t/(a_1 + t)$	0.265	0.461	0.453	0.772	0.488
指数函数	$1 - e^{-t/a_1}$	0.265	0.785	0.453	0.757	0.565
泊松曲线函数	$1/(1 + a_1e^{-a_2t})$	0.265	0.478	—	0.768	0.378
Gomportz 曲线函数	$e^{-a_1e^{-a_2t}}$	0.265	0.715	0.265	—	0.311
高度函数拟合值		0.265	0.610	0.293	0.574	

注:表中“—”表示在满足待定系数要求基础上,不能得到复杂相关系数;函数的拟合值为不同函数复杂相关系数 R^2 的平均值。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}, \quad (9)$$

式中： y_i 为实际监测数据； Y_i 为拟合曲线计算值。

根据表 2 结果，高度函数采用幂函数、时间函数采用指数函数拟合度最高，组合拟合函数最大复杂相关系数 R^2 为 0.785，但并不能满足函数拟合要求，因此，常用的拟合函数并不能同时考虑填土高度、填土时间对沉降的影响。在工程应用中，为了使沉降数据更具有实用性，应研究新的函数来同时拟合填土高度及填土时间。

对于单一的高度因子作用，线性函数拟合值最低，幂函数拟合值最高。高度与沉降拟合函数拟合度依次为幂函数 > 指数函数 > 多项式函数 > 线性函数。

对于单一的时间因子作用，Gomportz 曲线函数拟合时间与沉降关系拟合值最低，指数函数拟合值最高。时间与沉降拟合函数拟合度依次为指数函数 > 双曲线函数 > 泊松曲线函数 > Gomportz 曲线函数。

3 新沉降预测模型

根据上述分析，高度拟合函数采用幂函数、时间拟合函数采用指数函数最佳，同时考虑时间拟合函数参数受填土高度影响（上述沉降与时间模型函数的参数 k 、 m 非常数），建立一种新的沉降预测模型。

3.1 模型建立

填土沉降受填土高度和时间两者共同影响，由上述分析，高度函数采用幂函数、时间函数采用指数函数时的拟合度最好，因此，沉降预测模型公式为

$$s_{t,H} = s(H)f(t), \quad (10)$$

式中： H —填土高度； t —工后沉降时间。

3.1.1 $s(H) = b_1 H^{b_2}$ 为最终沉降量控制函数， b_1 、 b_2 均为大于零的常数。该函数具有单调性，随着填土厚度 H 增大， $s(H)$ 单调递增，表现为最终沉降一般规律。

3.1.2 $f(t) = 1 - e^{-t/a_H}$ 为沉降过程控制函数，该函数具有如下特点：1) 参数 a_H 为填土厚度 H 的函数；2) 单调性，随着时间 t 增大， $f(t)$ 单调递增，

表现为沉降变化规律；3) 过原点性，当 $t = 0$ 时， $f(t) = 0$ ，即 $s_{t,H} = 0$ ，符合工后沉降起点要求；4) 有界性，当 $t \rightarrow \infty$ ， $f(t) \rightarrow 1$ ， $S_{t,H} \rightarrow S_\infty$ ，表现为填土最终工后沉降变化特性。

3.1.3 a_H 函数分析 根据工程沉降监测相关经验，在相同工程条件下，沉降稳定所需时间与填土厚度呈正相关性，即对于不同填土高度 H_1 、 H_2 ($H_1 > H_2$) 的填筑体，最终沉降稳定所需时间 $t_1 > t_2$ ($t_1, t_2 \rightarrow \infty$)。设 $f(t) = \varepsilon$ ，当 $\varepsilon \rightarrow 1$ ，可认为填土达到稳定，有

$$\begin{cases} f(t_1) = 1 - e^{-t_1/a_{H_1}} = \varepsilon, \\ f(t_2) = 1 - e^{-t_2/a_{H_2}} = \varepsilon. \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)可以得到

$$\frac{t_1}{a_{H_1}} = \frac{t_2}{a_{H_2}}. \quad (12)$$

由于 $t_1 > t_2 > 0$ ，且 a_{H_1} 、 $a_{H_2} > 0$ ，则 $a_{H_1} > a_{H_2}$ 。

当 $H_1 > H_2$ ， $a_{H_1} > a_{H_2}$ ，参数 a_H 值不为常数，随着填土厚度 H 增大， a_H 单调递增。

常用的 a_H 函数包括线性函数、多项式函数及指数函数等：

线性函数 $a_H = a_1 H + a_2$ ；

多项式函数 $a_H = a_1 H^2 + a_2 H + a_3$ ；

指数函数 $a_H = a_1 e^{a_2 H}$ 。

分别令 $a_H = 1, 2, 3, 5, 10, 20$ ，过程控制函数 $f(t) = 1 - e^{-t/a_H}$ 随时间的变化曲线如图 3 所示。可以看出，过程控制函数随 a_H 变化， a_H 越小，沉降稳定所需要的时间越短， $a_H = 1, 2, 3, 5, 10, 20$ ，沉降稳定所需时间分别如表 3 所示（以 $f(t) > 0.9999$ 为原则，计算稳定时间）。

3.2 新预测模型拟合

根据上述监测数据，分别设 a_H 为线性函数、多项式函数、指数函数等，对新沉降预测模型进行拟合，各个函数与沉降的拟合结果如表 4 所示。

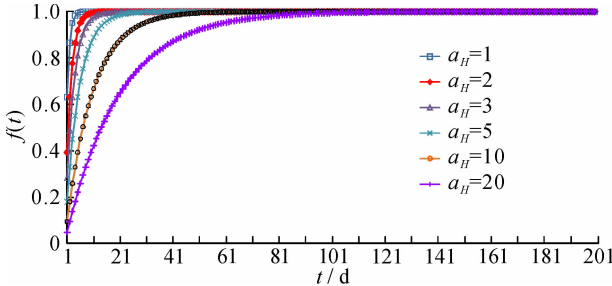


图3 过程控制函数随 a_H 变化曲线

Fig. 3 Curves of process control function with a_H

表3 沉降稳定所需时间
Table 3 Times for settlement stability

a_H	沉降稳定时间 t/d
1	9
2	19
3	29
5	49
10	99
20	198

表4 双因子复杂相关系数 R^2
Table 4 Complex correlation coefficient R^2 of double factors

a_H 函数类型	复杂相关系数 R^2
线性函数	0.314
多项式函数	0.959
指数函数	0.314

1) 线性函数：设 $a_H = a_1H + a_2$ ，即

$$s_{t,H} = b_1H^{b_2}(1 - e^{-t/(a_1H+a_2)}), \tag{13}$$

式中： $s_{t,H}$ —填土高度 H 时， t 时刻对应的沉降量，m。
拟合得到： $a_1 = 0.1$ 、 $a_2 = 0.1$ 、 $b_1 = 0.002$ 、 $b_2 = 0.872$ ， $R^2 = 0.314$ 。

2) 多项式函数：设 $a_H = a_1H^2 + a_2H + a_3$ ，拟合得到

$s_{t,H} = 0.56 \times (1 - e^{-t/a_H}) \times H^{3.548} \times 10^6$ 。 (14)

其中： $a_H = 4.113H^2 - 299.4H + 5\,517$ (由于 a_H 的单调性，该拟合值只适用于 $H > 8.5$)，其拟合度为 $R^2 = 0.959$ ，满足沉降拟合要求。

3) 指数函数：设 $a_H = a_1e^{a_2H}$ ，即

$$s_{t,H} = b_1H^{b_2}(1 - e^{-t/(a_1e^{a_2H})})。 \tag{15}$$

拟合得到： $a_1 = 0.1$ 、 $a_2 = 0.01$ 、 $b_1 = 0.002$ 、 $b_2 = 0.872$ ， $R^2 = 0.314$ 。

各个函数的沉降拟合值与现场监测值如图4所示(其中线性函数与指数函数重叠)，单因子高度拟合函数与双因子拟合值对比如图5所示(单因子函数拟合值与双因子 a_H 线性函数一致)，可以发现，双因子 a_H 多项式函数在预测填土沉降上更具优越性。

4 结 论

(1) 填土工后沉降受填土高度、填土时间双因子作用，对常用的高度函数、时间函数进行组合，同时考虑高度、时间的两者共同作用，克服了传统的沉降拟合函数的片面性。

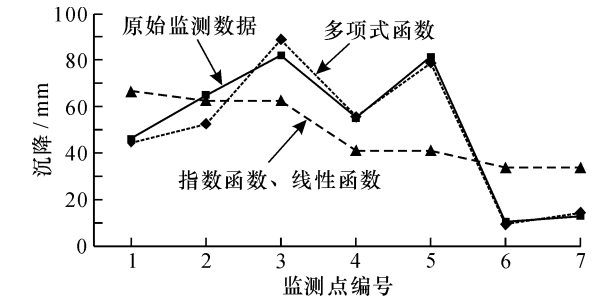


图4 沉降拟合值与监测数据对比
(注：线性函数与指数函数重叠)
Fig. 4 Settlement comparison of fitted values with monitoring values

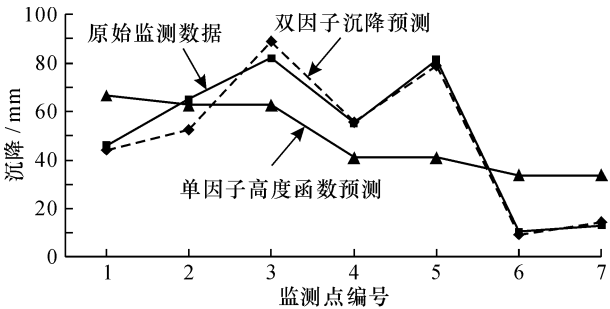


图5 单因子高度函数拟合与双因子沉降数据对比
Fig. 5 Settlement comparison of fitted double factors with single height factor

(2) 选择原地基为基岩处的填土沉降数据进行分析，减少了原地基沉降对实测沉降影响，数据更能反映填土自身的沉降情况。

(3) 通过对现有高度函数、时间函数的不同组合，组合拟合函数最大复杂相关系数 R^2 为 0.785，并不能满足函数拟合度要求，因此，常规函数并不能同时考虑高度、时间对沉降的影响。

(4) 对于高填方强夯处理工程，从拟合值来说，高度与沉降拟合函数的拟合度，幂函数 > 指数函数 > 多项式函数 > 线性函数。时间与沉降拟合函数的拟合度，指数函数 > 双曲线函数 > 泊松曲线函数 > Gompertz 曲线函数。

(5) 根据现有的沉降监测数据，同时考虑填土高度、填土时间双因子作用，沉降量与时间、填土高度的关系为： $s_{t,H} = 0.56 \times (1 - e^{-t/a_H}) \times H^{3.548} \times 10^6$ ，拟合函数最大复杂相关系数 R^2 为 0.959，满足沉降预估拟合要求。

(6) 研究内容基于采用强夯施工工艺的场地，对于其他施工工艺场地，还有待进一步研究。

参考文献:

- [1] 陈希哲. 土力学地基基础 [M]. 第 4 版, 北京: 清华大学出版社, 2004: 127 - 129.
- [2] 曾国熙, 杨锡令. 砂井地基沉降分析 [J]. 浙江大学学报 (工学版), 1959 (3): 34 - 72.
- [3] 曾炜, 孔祥兴. 高填方路基沉降的泊松模型预测方法应用 [J]. 公路与汽运, 2005 (5): 55 - 57.
- [4] 宰金珉, 梅国雄. 泊松曲线的特征及其在沉降预测中的应用 [J]. 重庆建筑大学学报, 2001, 23 (1): 30 - 35.
- [5] 徐洪钟, 施斌, 李雪红. 全工程沉降量预测的 Logistic 生长模型及其适用性研究 [J]. 岩土力学, 2005, 26 (3): 387 - 391.
- [6] 余闯, 刘松玉. 路堤沉降预测的 Gompertz 模型应用研究 [J]. 岩土力学, 2005, 26 (1): 82 - 86.
- [7] 朱才辉, 李宁, 刘明振, 等. 吕梁机场黄土高填方地基工后沉降时空规律分析 [J]. 岩土工程学报, 2013, 35 (2): 293 - 301.
- [8] 赵明华, 龙照, 邹新军. 基于 Logistic 曲线和 Gompertz 曲线的最优组合沉降预测模型及其应用 [J]. 公路交通科技, 2007, 24 (12): 1 - 4.
- [9] 谢春庆, 刘汉超, 甘厚义. 高填方块碎石夯实地基变形的研究 [J]. 岩土工程学报, 2002, 24 (1): 38 - 41.
- [10] 李鹏. 高路堤沉降及复合地基性状研究 [D]. 西安: 长安大学, 2005.

Application of settlement prediction affected by double factors in a high filling engineering

LI Hai-ping, HUANG Wei, LIANG Yong-hui, LIU Kun

(Shanghai Shen Yuan Geotechnical Engineering Co., Ltd. Shanghai 200040, China)

Abstract: In order to verify the reliability of settlement predictive model, analysis of settlement data is conducted, where the original foundation is bedrock. By comparing the results of combination functions, we can get the best result when the height function is power function and the time function is exponential function. The maximum complex correlation coefficient R^2 is 0.785, which can not satisfy the degree requirement of fitting function. This paper also analyzes the fitting value of single factor and finds the fitting degree of height fitting function (power function > exponential function > polynomial function > linear function), and the fitting degree of time fitting function (exponential function > hyperbolic function > poisson curve function > gomportz curve function). Finally, according to the settlement monitoring data, the thesis proposes a new settlement predictive model of high filling, based on collaborative effects of height and time. The process of the new settlement predictive model is related to the height of filling. The maximum complex correlation coefficient R^2 of new settlement predictive model is 0.959.

Key words: settlement prediction; combining function; complex correlation coefficient; fitting degree