

文章编号: 1674-9057(2010)02-0312-04

含权二部图复杂动力网模型及权值识别

邓光明, 罗付岩

(桂林理工大学 理学院, 广西 桂林 541004)

摘要: 提出了一类含权的二部图复杂动力网络模型, 运用自适应反馈控制技术, 通过构造驱动响应结构的同步网络, 给出了网络权值识别的一般方法。应用 LaSalle 不变集原理从理论上证明了结论, 并以混沌 Lorenz 系统和 Lü 系统为例进行数值仿真, 结果验证了所给方法的有效性。

关键词: 二部图; 复杂动力网络; 权值; 识别

中图分类号: O233

文献标志码: A

20 世纪末, 国际上两项开创性研究掀起了复杂网络的研究热潮: 一是 1998 年 Watts 和 Strogatz 在 Nature 杂志上发表文章提出小世界 (small-world) 网络模型^[1]; 二是 1999 年 Barabasi 和 Albert 在 Science 上发表文章指出许多现实复杂网络具有无尺度特性^[2], 从此, 复杂网络由于其应用背景广泛而迅速成为许多领域的研究热点。近年来, 复杂动力网络的研究也受到不同学科的广泛关注, 并取得了重要进展^[3-9]。迄今, 已有不少文献研究了复杂动力网络的控制和同步问题, 多数文献都是针对一些具有典型拓扑结构的网络模型如 WS 网络模型、BA 网络模型、环状或链状网络模型等^[6-11]。结果表明, 网络的拓扑结构直接影响网络的同步能力。由于许多现实网络的拓扑结构是不确定的甚至是未知的, 因此, 网络拓扑结构的研究对于网络的控制和同步研究具有十分重要意义。特别是针对一些具有特殊结构的网络, 如何利用网络自身的结构特点设计出更有效的控制方法去识别网络的拓扑量是非常必要的。

二部图是指由两类不同顶点和连接两类不同顶点之间的连边构成的图, 现实中许多自然和社会关系网络都是二部图, 例如 2 个社团之间的双边关系、捕食与被捕食动物群体之间的关系、商

品与客户之间的关系等都可以用二部图表示, 而两类群体之间的相互作用及关系的强弱可以用含权二部图表示。因此, 二部图网络的拓扑结构及其边权值的研究对于理解和定量分析各种自然和社会的二部图网络中两类群体之间的合作竞争关系和作用具有重要意义。本文提出了一类含权二部图复杂动力网络的数学模型, 运用自适应同步技术和 LaSalle 不变集原理, 设计了网络的权值跟踪器, 通过监测同步网络状态变量的演化来实现网络边权值识别。文章不仅给出了严格的理论证明, 数值仿真结果也验证了方法的有效性。由于在方法设计上充分利用了二部图网络的结构特点, 因而与以往同类方法相比, 大大减少了拓扑识别所需要的跟踪器的个数, 所需物理代价更小、更易于实现。

1 二部图复杂动力网络模型

本文的二部图复杂动力网络由两类不同的顶点构成, 同一类顶点之间不产生任何连接, 而在两类不同顶点之间由线性耦合产生连接, 代表两类顶点间的双边关系。假设一类顶点的动力学方程为 $\dot{x} = f(x)$; 另一类顶点动力学方程为 $\dot{y} = g(y)$, 其中 $x, y \in \mathbf{R}^n$ 是状态变量, $f, g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是光滑的

收稿日期: 2008-12-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(70771084); 广西自然科学基金项目(桂科基 0991244); 广西教育厅科研项目(200807MS043)

作者简介: 邓光明(1965—), 男, 副教授, 研究方向: 应用统计及复杂网络, dgm@glite.edu.cn。

引文格式: 邓光明, 罗付岩. 含权二部图复杂动力网模型及权值识别[J]. 桂林理工大学学报, 2010, 30(2): 312-315.

非线性函数。具体的网络模型描述如下

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) + \sum_{j=1}^t p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{y}_j - \mathbf{x}_i), i = 1, \dots, s; \\ \dot{\mathbf{y}}_j = \mathbf{g}(\mathbf{y}_j) + \sum_{i=1}^s p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_j), j = 1, \dots, t. \end{cases} \quad (1)$$

其中 s, t 分别为两类顶点的个数, 整个网络共由 $s + t$ 个顶点构成。 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是常值矩阵, 称为网络的内部耦合矩阵。令 $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ 为两类顶点间的耦合权值矩阵, 通常是不确定的或未知的。由方程(1)构成的网络的外部耦合矩阵记为

$$\mathbf{C} = (c_{ij}) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^T & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(s+t) \times (s+t)},$$

其中: $\mathbf{D}_1 = \text{diag}(-\sum_{j=1}^t p_{1j}, \dots, -\sum_{j=1}^t p_{sj}) \in \mathbf{R}^{s \times s}$,

$$\mathbf{D}_2 = \text{diag}(-\sum_{i=1}^s p_{i1}, \dots, -\sum_{i=1}^s p_{it}) \in \mathbf{R}^{t \times t}.$$

上式表明, 网络的外部耦合矩阵 \mathbf{C} 为对称矩阵且其行和与列和均为零。

本文的目标是设计适当的跟踪器, 识别权值矩阵 $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$ 的各元素 p_{ij} 的值。为此, 先给出如下假设:

假设 1 设对于任意时变向量 \mathbf{x}, \mathbf{y} , 分别存在非负常数 δ_f, δ_g 使得下式成立:

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{y})\| \leq \delta_f \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|,$$

$$\|\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{y})\| \leq \delta_g \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|.$$

本文中, $\|\cdot\|$ 为向量的 2-范数, 即对于向量 \mathbf{x} 有: $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$ 。

由于混沌系统的有界性, 容易验证, 许多典型的混沌和超混沌系统都满足假设 1, 如混沌 Lorenz 系统、Chen 系统、Lü 系统、超混沌 Chen 系统和超混沌 Lü 系统等。

2 二部图复杂动力网络的权值识别

以系统(1)为驱动系统, 构造响应系统如下

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i) + \sum_{j=1}^t \hat{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{y}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) + \mathbf{u}_i, i = 1, \dots, s; \\ \dot{\hat{\mathbf{y}}}_j = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{y}}_j) + \sum_{i=1}^s \hat{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{y}}_j) + \mathbf{u}_{s+j}, j = 1, \dots, t. \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_i, \hat{\mathbf{y}}_j$ 为响应系统的状态变量, $\mathbf{u}_i (i = 1, \dots, s + t)$ 为待设计的自适应反馈控制器。响应系统(2)与驱动系统(1)的同步误差定义为: $\mathbf{e}_i = \hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x}_i (i = 1, 2, \dots, s)$, $\mathbf{e}_{s+j} = \hat{\mathbf{y}}_j - \mathbf{y}_j (j = 1, 2, \dots, t)$, 并记 \mathbf{e}

$$= (\mathbf{e}_1^T, \dots, \mathbf{e}_s^T, \mathbf{e}_{s+1}^T, \dots, \mathbf{e}_{s+t}^T)^T.$$

由网络动力学方程(1)和(2), 可得误差系统的动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_i &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) + \sum_{j=1}^t \hat{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{y}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) - \\ &\quad \sum_{j=1}^t p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{y}_j - \mathbf{x}_i) + \mathbf{u}_i, i = 1, 2, \dots, s; \\ \dot{\mathbf{e}}_{s+j} &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{y}}_j) - \mathbf{g}(\mathbf{y}_j) + \sum_{i=1}^s \hat{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{y}}_j) - \\ &\quad \sum_{i=1}^s p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_j) + \mathbf{u}_{s+j}, j = 1, 2, \dots, t. \end{aligned}$$

令 $\tilde{p}_{ij} = \hat{p}_{ij} - p_{ij}$, 则上式可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_i = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) + \sum_{j=1}^t \tilde{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{y}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) + \\ \quad \sum_{j=1}^t p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{e}_{s+j} - \mathbf{e}_i) + \mathbf{u}_i; \\ \dot{\mathbf{e}}_{s+j} = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{y}}_j) - \mathbf{g}(\mathbf{y}_j) + \sum_{i=1}^s \tilde{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{y}}_j) + \\ \quad \sum_{i=1}^s p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_{s+j}) + \mathbf{u}_{s+j}. \end{cases} \quad (3)$$

定理 1 设假设 1 对网络(1)和(2)成立。分别取控制器和自适应律如下:

$$\mathbf{u}_i = -k_i \mathbf{e}_i, \dot{k}_i = \|\mathbf{e}_i\|^2, i = 1, 2, \dots, s + t; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}}_{ij} &= (\mathbf{e}_{s+j} - \mathbf{e}_i)^T \mathbf{A}(\hat{\mathbf{y}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i), i = 1, 2, \dots, s, \\ j &= 1, 2, \dots, t. \end{aligned} \quad (5)$$

则有: $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = 0$, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{p}_{ij} = 0$, 即网络(1)与(2)同步, 且有 $\hat{p}_{ij} \rightarrow p_{ij}$ 。

证明 构造 Lyapunov 函数如下

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{s+t} \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \tilde{p}_{ij}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{s+t} (k_i - k)^2,$$

其中 $k > 0$ 为待定常数, 则 V 沿系统(3)、(4)和(5)的轨道对 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^s \mathbf{e}_i^T \dot{\mathbf{e}}_i + \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_{s+j}^T \dot{\mathbf{e}}_{s+j} + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \tilde{p}_{ij} \dot{\tilde{p}}_{ij} + \\ &\quad \sum_{i=1}^{s+t} (k_i - k) \dot{k}_i = \sum_{i=1}^s \mathbf{e}_i^T [\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i)] + \\ &\quad \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_i^T \tilde{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{y}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_i^T p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{e}_{s+j} - \mathbf{e}_i) + \\ &\quad \sum_{i=1}^s \mathbf{e}_i^T \mathbf{u}_i + \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_{s+j}^T [\mathbf{g}(\hat{\mathbf{y}}_j) - \mathbf{g}(\mathbf{y}_j)] + \\ &\quad \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_{s+j}^T \tilde{p}_{ij} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{y}}_j) + \\ &\quad \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_{s+j}^T p_{ij} \mathbf{A}(\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_{s+j}) + \sum_{j=1}^t \mathbf{e}_{s+j}^T \mathbf{u}_{s+j} + \\ &\quad \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \tilde{p}_{ij} \dot{\tilde{p}}_{ij} + \sum_{i=1}^{s+t} (k_i - k) \dot{k}_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \delta_f \sum_{i=1}^s \|e_i\|^2 + \delta_g \sum_{j=1}^t \|e_{s+j}\|^2 + \\ &\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \tilde{p}_{ij} [e_i^T A(\hat{y}_j - \hat{x}_i) + e_{s+j}^T A(\hat{x}_i - \hat{y}_j) + \dot{\tilde{p}}_{ij}] + \\ &\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} [e_i^T A(e_{s+j} - e_i) + e_{s+j}^T A(e_i - e_{s+j})] + \\ &\sum_{i=1}^{s+t} e_i^T u_i + \sum_{i=1}^{s+t} (k_i - k) e_i^T e_i \\ &= \delta_f \sum_{i=1}^s e_i^T e_i + \delta_g \sum_{j=1}^t e_{s+j}^T e_{s+j} + \\ &\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} [e_i^T A(e_{s+j} - e_i) + \\ &e_{s+j}^T A(e_i - e_{s+j})] - k \sum_{i=1}^{s+t} e_i^T e_i \end{aligned}$$

因为 $\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} [e_i^T A(e_{s+j} - e_i) + e_{s+j}^T A(e_i - e_{s+j})]$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_i^T A e_{s+j} - \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_i^T A e_i + \\ &\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_{s+j}^T A e_i - \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_{s+j}^T A e_{s+j}, \end{aligned}$$

且有 $\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_i^T A e_i$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^s e_i^T (\sum_{j=1}^t p_{ij}) A e_i = - \sum_{i=1}^s e_i^T c_{ii} A e_i, \\ \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_{s+j}^T A e_{s+j} &= \sum_{j=1}^t e_{s+j}^T (\sum_{i=1}^s p_{ij}) A e_{s+j} \\ &= - \sum_{j=1}^t e_{s+j}^T c_{s+j,s+j} A e_{s+j}, \end{aligned}$$

所以 $\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} [e_i^T A(e_{s+j} - e_i) + e_{s+j}^T A(e_i - e_{s+j})]$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_i^T A e_{s+j} + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} e_{s+j}^T A e_i + \sum_{i=1}^s e_i^T c_{ii} A e_i + \\ &\sum_{j=1}^t e_{s+j}^T c_{s+j,s+j} A e_{s+j} \\ &= e^T (C \otimes A) e \triangleq e^T G e. \end{aligned}$$

这里, $G = \frac{1}{2} ((C \otimes A)^T + C \otimes A)$, $C \otimes A$ 为矩阵 C 与 A 的 Kronecker 积。

从而有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \delta_f \sum_{i=1}^s e_i^T e_i + \delta_g \sum_{j=1}^t e_{s+j}^T e_{s+j} - k \sum_{i=1}^{s+t} e_i^T e_i + e^T G e \\ &\leq \lambda_{\max}(Q + G) e^T e - k e^T e = \{\lambda_{\max}(Q + G) - k\} e^T e. \end{aligned}$$

其中 $Q = \begin{bmatrix} \delta_f I_{s_n} \\ \delta_g I_{t_n} \end{bmatrix}$ 。取 $k = \lambda_{\max}(Q + G) + 1$, 则

有 $\dot{V} \leq -e^T e$ 。

显然, $\dot{V} = 0$ 当且仅当 $e = 0$ 。令 $E = \{\dot{V} = 0\} = \{e = 0\}$, 记 $\tilde{P} = (\hat{p}_{ij} - p_{ij})_{s \times t}$, $k = (k_1, k_2, \dots, k_{s+t})$ 。由动力学方程(3), $M = \{e = 0, \tilde{P} = 0, k = k_0\}$ 是

包含于 E 的一个最大不变集(k_0 为常数向量), 于是, 由 LaSalle 不变集原理^[12], 方程(3) 的从任意初始点出发的轨道都渐近地收敛到集合 M , 从而有: $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{p}_{ij} = 0$, 即 $\hat{p}_{ij} \rightarrow p_{ij}$ 。定理得证。

定理 1 表明, 网络(1) 与(2) 在实现同步的同时实现了参数的跟踪, $\hat{p}_{ij} = (e_{s+j} - e_i)^T A(\hat{y}_j - \hat{x}_i)$ 就是权值 p_{ij} ($i = 1, 2, \dots, s, j = 1, 2, \dots, t$) 的跟踪器, 即 $\hat{p}_{ij} \rightarrow p_{ij}$ 。于是, 通过对网络(1) 和(2) 的状态变量的演化过程的监测, 可以获得权值 p_{ij} 的识别。

3 数值仿真

下面对一个具体二部图网络进行数值仿真。设网络的两类顶点动力系统分别为混沌 Lorenz 系统和混沌 Lü 系统, 分别含 2 个和 3 个顶点, 整个网络共由 5 个顶点构成。取网络的内部耦合矩阵 A

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

这表明网络的两类不同顶点间通过

各顶点动力系统的第一个状态变量线性耦合连接。所给的二部图网络结构如图 1 所示。

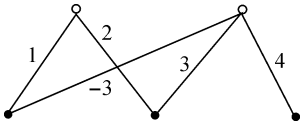


图 1 含权二部图网络结构示意图
Fig. 1 Structural diagram of a weighted bipartite graph network

混沌 Lorenz 系统描述为^[13]

$$\dot{z} = f(z) = \begin{bmatrix} 10(z_2 - z_1) \\ 28z_1 - z_1z_3 - z_2 \\ z_1z_2 - \frac{8}{3}z_3 \end{bmatrix}。$$

混沌 Lü 系统描述为^[14]

$$\dot{z} = g(z) = \begin{bmatrix} 36(z_2 - z_1) \\ -z_1z_3 + 20z_2 \\ z_1z_2 - 3z_3 \end{bmatrix}。$$

在驱动网络(1) 中, 网络的外部耦合矩阵为

$$C = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -4 & -3 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix},$$

其中, $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ 为两类顶点间连边的权值矩阵,即各边权值分别为

$$\begin{aligned} p_{11} &= 1, p_{12} = 2, p_{13} = 0, p_{21} = -3, \\ p_{22} &= 3, p_{23} = 4. \end{aligned}$$

在响应系统(2)中按式(4)、(5)取控制器,分别取初始值 $\mathbf{x}_i(0) = (1.5 + 0.5i, 2 + 0.5i, 0.5i) (i = 1, 2)$; $\mathbf{y}_j(0) = (-1.5 + 0.5j, 1 + 0.5j, 2.5 - 0.5j) (j = 1, 2, 3)$; $\hat{p}_{ij}(0) = 1 (i = 1, 2, j = 1, 2, 3)$; $k_i(0) = 1 (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 。图2是数值仿真的结果,清楚展示了 $\hat{p}_{ij} \rightarrow p_{ij} (i = 1, 2, j = 1, 2, 3)$,即实现了 \hat{p}_{ij} 对权值 p_{ij} 的跟踪。

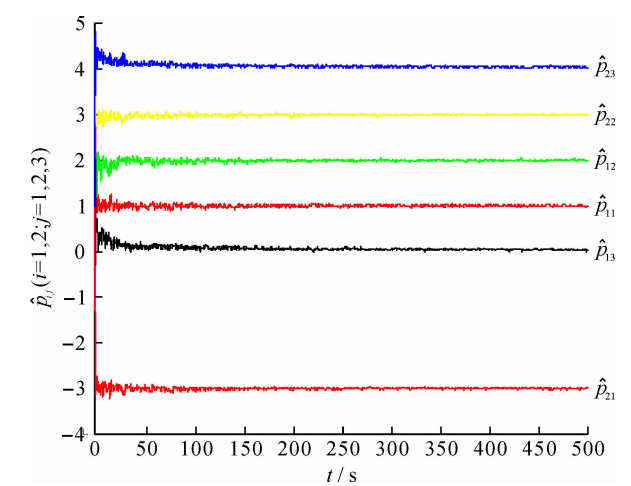


图2 权值跟踪器 \hat{p}_{ij} 的演化图

Fig.2 Evolution diagram of the weight-trackers

4 结 论

本文建立了一类含权二部图复杂动力网络模型,并给出了其边权识别的一般方法。应用自适应反馈技术,设计了网络的边权值跟踪器,通过对同步网络状态变量演化时间序列识别原网络的

边权值。由于利用了网络自身的结构特点,所设计的方法能以较少的控制器去实现网络的拓扑识别,与以往同类方法相比,具有物理代价更小、更易于实现的特点。本文的研究结果对于理解和定量研究现实世界中大量自然和社会的二部图网络中两个群体之间的关系和相互作用具有重要应用价值。

参考文献:

[1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of “small world” network [J]. 1998, 393: 440 –442.

[2] Barabasi A L, Albert R. Emergence of scalling in radom networks [J]. 1999, 286: 509 –512.

[3] Lü J H, Yu X H, Chen G R. Chaos synchronization of general complex dynamical networks [J]. Phys. A, 2004, 334: 281 –302.

[4] 吕金虎. 复杂动力网络的数学模型与同步准则 [J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24: 17 –22.

[5] Lü J H, Chen G R. A time-varying complex dynamical network model and its controlled synchronization criterion [J]. IEEE Trans. on Auto. Contr., 2005, 50: 841 –846.

[6] Wang X F, Chen G R. Synchronization in small-world dynamical networks [J]. Int. J. of Bifur. Chaos, 2002, 12: 187 –192.

[7] Wang X F, Chen G R. Pinning control of scale-free dynamial networks [J]. Phys. A, 2002, 310: 521 –531.

[8] 贾贞, 冯凤香, 封全喜. 环状自相似结构复杂动力网络模型及其同步 [J]. 桂林工学院学报, 28 (3): 425 –429.

[9] Belykh I V, Hasler M, Laurent M, et al. Synchronization and graph topology [J]. Int. J. Bifurcation and Chaos, 2005, 15 (11): 3423 –3433.

[10] 韩秀萍, 陆君安. 从环状网络到链状网络同步能力的变化 [J]. 中国科学 E 辑, 2007, 37: 748 –756.

[11] Zhou J, Lu J A. Topology identification of weighted complex dynamical networks [J]. Physica A, 2007, 386: 481 –491.

[12] Khalil H K. Nonlinear Systems [M]. New Jewsey: Prentice Hall, 2002.

[13] Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flows [J]. J. Atmos. Sci., 1963, 20: 130 –141.

[14] Lü J H, Chen G R. A new chaotic attractor coined [J]. Int J. Bifur. Chaos, 2002, 12 (3): 659 –661.

Model and Weight Identification of a Weighted Bipartite Graph Complex Dynamical Network

DENG Guang-ming, LUO Fu-yan

(College of Science, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: A weighted bipartite graph complex dynamical network model is proposed. Based on adaptive feedback technology, a general method is provided to identify the weight of the network by constructing synchronous networks in drive-response framework. The conclusion is proved theoretically based on LaSalle invariance principle. Some numerical simulations with the chaotic Lorenz and Lü systems are given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: bipartite graph; complex dynamical network; weight; identification