

文章编号: 1006-544X (2007) 02-0200-04

# 一种非定常参数的岩石蠕变本构模型

罗润林<sup>1</sup>, 阮怀宁<sup>1</sup>, 孙运强<sup>2</sup>, 朱昌星<sup>1</sup>

(1. 河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098; 2. 新疆石油管理测井公司研究所, 新疆 克拉玛依 834000)

**摘要:** 在前人的研究基础上提出了一种新的非定常参数的岩石蠕变模型, 该模型由一个牛顿体和一个类似于开关的 SO 元件并联后与一个广义 Kelvin 体串联, 通过 SO 元件的作用, 新模型可以在 Burgers 模型与广义 Kelvin 模型之间切换, 并将 Burgers 模型中牛顿体的粘滞系数  $\eta_1$  看成与时间有关的非定常参数, 使得模型不仅可以反映稳态蠕变过程也可以反映加速蠕变过程。

**关键词:** 非定常参数; 蠕变; 本构模型; Burgers 模型; Kelvin 模型

**中图分类号:** TU452

**文献标志码:** A

大量的试验数据和工程实践表明, 岩石的流变破坏普遍存在, 许多岩体工程的破坏都因岩石流变破坏而引起, 并在破坏前都有加速流变过程. 根据目前的研究结果, 描述岩石蠕变的本构模型主要有经验模型、元件组合模型、内时理论模型和屈服面模型等<sup>[1]</sup>. 元件模型是用模型元件线性组合来模拟岩石的流变行为, 可以描述岩石的定常蠕变和衰减蠕变<sup>[2]</sup>. 但是, 其力学性质单一, 通过参数调整仍然无法定量模拟实测的应力-应变-时间曲线, 特别是无法表现岩石的破坏特性, 也即不能描述岩石的加速蠕变. 于是, 研究人员将目光投向非线性理论, 采用非线性元件 (如非线性弹性元件、非线性粘性元件等) 代替传统模型中部分或者全部线性元件. 金丰年等<sup>[3]</sup>基于试验结果, 结合传统线性粘弹性模型的分析, 提出了非线性粘弹性模型. 邓荣贵等<sup>[4]</sup>引进一种非线性粘滞阻尼器, 该阻尼器所受应力与其蠕变加速度大小成正比, 将该元件与其他元件组合形成一种新的复合元件, 并在工程中得到了应用. 韦立德<sup>[5]</sup>等根据粘聚力在流变中的作用, 建议采用一个类似于开关的 SO 元件, 并由此建立了一维粘弹塑性本构模型. G. N. Boukharov<sup>[6]</sup>于 1995 年提出

了一种具有一定质量的延迟阻尼器元件, 该元件有一应变门槛值, 当应变大于该值时, 模型发生加速运动. 徐卫亚<sup>[7]</sup>提出了一个考虑粘聚力与内摩擦系数的岩石非线性粘塑性体, 并与五元件粘弹性模型串联建立非线性粘弹塑性流变模型. 陈沅江<sup>[8]</sup>等引入一种变截面积的阻尼器来模拟岩石的加速蠕变. 曹树刚等<sup>[9]</sup>采用非牛顿体粘性元件构成五元件的改进西原正夫模型, 探讨了与时间有关的软岩一维和三维本构方程和蠕变方程. 张向东<sup>[10]</sup>等基于泥岩的三轴蠕变试验结果, 建立了泥岩的非线性蠕变方程, 并以此分析了围岩的应力场和位移场. 王来贵等<sup>[11]</sup>以改进的西原正夫模型为基础, 利用岩石全程应力-应变曲线与蠕变方程中参数的对应关系, 建立了参数非线性蠕变模型.

许宏发<sup>[12]</sup>通过对等时应力-应变曲线分析认为, 弹模与时间符合指数的关系. 受此启发, 丁志坤<sup>[13]</sup>提出了一种非定常参数的 H-K 模型, 与定常参数的模型对比发现, 非定常模型能够更为准确地反映岩石的粘弹性变形性能. 本文为了能够同时描述岩石的稳态蠕变和加速蠕变过程, 提出一种新的非定常参数岩石蠕变模型.

收稿日期: 2006-10-29

基金项目: 国家自然科学基金重点基金资助项目 (50539090); 国家自然科学基金资助项目 (50674040)

作者简介: 罗润林 (1976-), 男, 博士研究生, 研究方向: 岩石力学与工程.

通讯作者: 阮怀宁, 教授, 博导, E-mail: hnruan@hhu.edu.cn.

### 1 岩石的定常参数蠕变模型

大量的试验显示，岩石在不同应力下的蠕变特性可以归纳为图 1 的 3 种曲线。曲线 I 和曲线 II 为应力较低时的岩石的稳态蠕变曲线，曲线 I 在初始蠕变后进入速率为零的稳态蠕变，曲线 II 在初始蠕变后进入速率为一常数的稳态蠕变。曲线 III 具有初始蠕变、稳态蠕变和加速蠕变 3 个阶段。对于曲线 I 和曲线 II，已有传统的元件组合模型可以描述，如 Burgers 模型可以描述曲线 II 的蠕变过程。

Burgers 模型是一种粘弹性蠕变模型，由一个广义 Kelvin 体和一个牛顿体串联而成（图 2）。Burgers 模型的蠕变方程可以表示为<sup>[14]</sup>：

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{\eta_1}t + \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2}t\right) \right]. \quad (1)$$

从图 3 的 Burgers 模型的蠕变曲线可以看出，该模型描述图 1 中的曲线 II 时，稳态蠕变速率趋于  $\sigma_0/\eta_1$ ，也就是说，稳态蠕变速率的大小取决于牛顿体的粘滞系数  $\eta_1$ 。由于该模型有串联牛顿体元

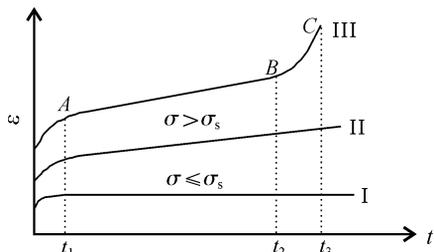


图 1 3 种典型的岩石蠕变曲线  
Fig. 1 3 kinds of typical creep curves

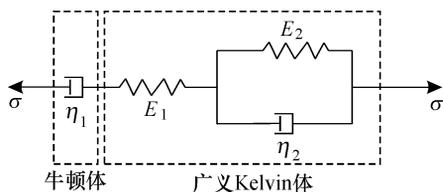


图 2 Burgers 模型  
Fig. 2 Burgers model

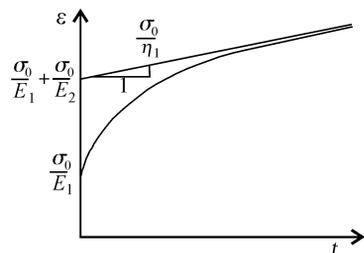


图 3 Burgers 模型的蠕变曲线  
Fig. 3 Creep curve of Burgers model

件，所以不能反映 I 型曲线。同样，由于牛顿体的粘滞系数  $\eta_1$  是一常数，从而限制了 Burgers 模型对加速蠕变过程描述。

### 2 非定常参数的 Burgers 蠕变模型

前人的研究结果表明，岩石在不同荷载下都存在图 1 中的 3 种曲线，当荷载较小时蠕变过程如曲线 I 所示，当荷载大于某一门槛值  $\sigma_s$  时，岩石的蠕变过程可以由图 1 中的曲线 II 来描述。如上所分析，由于串联有牛顿体元件，传统的 Burgers 模型不能描述图 1 中稳态速率为 0 的蠕变曲线 I。然而广义 Kelvin 可以很好地描述稳态蠕变过程<sup>[14]</sup>。从图 2 及式 (1) 可以看出 Burgers 模型是由广义 Kelvin 模型和一个牛顿体串联而成。因此，可以采用一个开关元件与牛顿体并联：当荷载  $\sigma > \sigma_s$  时，开关开，牛顿体起作用，模型变成 Burgers 模型，可以描述 II 型曲线； $\sigma \leq \sigma_s$  时开关关闭，牛顿体不起作用，模型变成广义 Kelvin，可以描述 I 型曲线。SO 元件就是这样一个开关元件<sup>[5]</sup>，元件图形如图 4 所示。

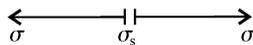


图 4 SO 元件  
Fig. 4 SO component

其应力应变关系：当  $\sigma \leq \sigma_s$  时，元件的应变为 0；当  $\sigma > \sigma_s$  时，元件的应变为任意值。该元件与圣维南体有点类似，所不同的是，圣维南体的  $\sigma'_s$  是达到塑性应变时的应力，并且分担大小为  $\sigma'_s$  的荷载。而 SO 元件的  $\sigma_s$  则是一个门槛值，反映蠕变进入 II 型曲线时的应力值，可能会小于  $\sigma'_s$ ，且不分担荷载。

将 SO 模型与 Burgers 模型组合形成的新模型如图 5 所示。该模型的数学表示为

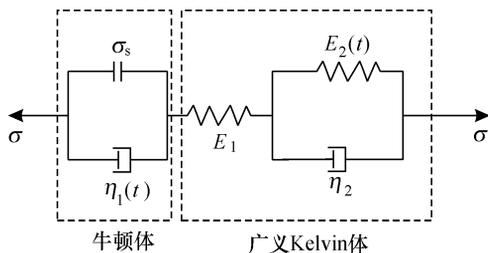


图 5 本文提出的非定常参数的蠕变模型  
Fig. 5 Non-stationary parameters creep model

$$\varepsilon = H(\sigma - \sigma_s) \cdot$$

$$\left( \frac{\sigma_0}{\eta_1} t + \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{E_2}{\eta_2} t \right] \right\} \right). \quad (2)$$

$$H(\sigma - \sigma_s) = \begin{cases} 0, & \sigma - \sigma_s \leq 0; \\ 1, & \sigma - \sigma_s > 0. \end{cases} \quad (3)$$

当  $\sigma \leq \sigma_s$  时,新模型为广义 Kelvin 体

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{E_2}{\eta_2} t \right) \right]. \quad (4)$$

当  $\sigma > \sigma_s$  时,模型为式(1)的 Burgers 体.

这样,新模型可以反映岩石蠕变过程的 I 型曲线和 II 型曲线.

丁志坤等<sup>[13]</sup>为了更好地反映岩石的粘弹性变形性能,将广义 Kelvin 体的  $E_2$  参数采用与时间有关的非正常参数  $E_2(t)$  来表示,并取得了很好的效果.本文中  $E_2(t)$  仍然采用此表述,即

$$E_2(t) = p_1 + p_2 e^{-p_3 t}. \quad (5)$$

从上一节分析知道,由于 Burgers 模型中的  $\eta_1$  为一常数而不能描述岩石蠕变的加速过程(图1中曲线 III),如果将  $\eta_1$  也采用与时间有关的非正常参数  $\eta_1(t)$  即可以解决这一问题.

由于粘滞系数随时间不断减小,初始减小不明显,而当应变大于某一值时,粘滞系数突然加速减小,最终导致粘滞力为 0 使得岩石破坏<sup>[6,8,13]</sup>,楼志文<sup>[15]</sup>、金丰年<sup>[16]</sup>指出岩石的损伤变量  $D$  与时间  $t$  呈指数型关系.由此,可以假设  $\eta_1(t)$  符合指数衰减的规律,即

$$\eta_1(t) = \eta_{10} e^{-at}. \quad (6)$$

由式(2)、(5)和(6)可以得到图5模型的表达式

$$\varepsilon = H(\sigma - \sigma_s) \cdot$$

$$\left( \frac{\sigma_0}{\eta_1(t)} t + \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2(t)} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{E_2(t)}{\eta_2} t \right] \right\} \right). \quad (7)$$

$H(\sigma - \sigma_s)$  的含义与式(3)一致.

### 3 模型应用研究

图6中的虚线是某泥质板岩的单轴压缩蠕变试验结果<sup>[12]</sup>.在不同荷载下,岩石出现不同的蠕变过程,在该试验中出现了图1的3种类型曲线.采用粒子群算法<sup>[17]</sup>,利用本文提出的模型(式(7))对该试验数据进行参数识别.参数识别时,根据先验知识给出模型的范围,在此范围随机生成20个粒子形成粒子群,当全局最优粒子的拟合误差小于1%或者迭代40次,辨识完成.如果没有先验知识,可以通过试算的方法进行辨识,即先给出模型的范围,如果某个模型参数与其边界接近,那么可以放宽模型的边界(如果与下界接近,减小下界;如果跟上界接近,则增大上界)再进行识别.从拟合结果(图6)看出,本文提出的非正常参数蠕变模型与试验结果非常吻合,表明该蠕变模型不仅可以反映岩石的稳态蠕变过程,也能很好地反映岩石的加速蠕变过程.从拟合误差(表1)来看,不同荷载下的拟合误差都很小,最大的拟合误差只有1.22%,最小拟合误差为0.56%.

从拟合所得的参数(表1)看出,  $E_1$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  和  $\eta_{10}$  与荷载大小基本无关,而与岩石的特性及试件的状态有关.在  $\sigma \leq \sigma_s$  时,  $\eta_2$  也与荷载大小无关,

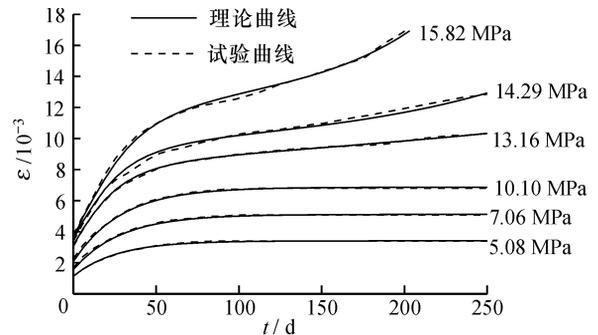


图6 蠕变试验曲线和理论曲线  
Fig.6 Curves of experiment vs. theory

表1 参数识别结果

Table 1 Identified results of parameters

荷载/MPa	$E_1$ /GPa	$p_1$ /GPa	$p_2$ /GPa	$p_3/1 \cdot d^{-1}$	$\eta_2/$ ( $GA \cdot d^{-1}$ )	$\eta_{10}/$ ( $GA \cdot d^{-1}$ )	$a/10^{-5}$	$b/$ ( $d^{-1}$ )	拟合误差/%
5.08	4.46	2.24	6.55	0.627	58.60				0.66
7.06	4.82	2.14	8.29	0.617	61.49				1.20
10.10	4.82	2.11	8.24	0.604	61.19				1.07
13.16	4.19	2.53	7.56	0.171	58.54	2 007.52	1.79	1.268	0.56
14.29	4.05	2.36	7.27	0.158	57.57	2 302.84	0.015 9	1.66	1.16
15.82	4.39	1.85	6.42	0.118	54.74	2 189.94	0.010 3	1.755	1.22

这与文献[7]的结果一致, $p_3$ 随着荷载的增加而减小,也即随时间增大, $E_2(t)$ 的减小速度减慢,说明在荷载较小时,岩石蠕变初始时间较短,容易过渡到稳态蠕变(图6),荷载越大,由初始蠕变过渡到稳态蠕变的时间越长,即越不容易达到稳态流变,说明该模型也能很好地反映岩石由初始蠕变进入稳态蠕变的过程.当 $\sigma > \sigma_s$ 时, $p_3$ 和 $\eta_2$ 都随着荷载的增大而减小, $p_3$ 的减小尤为明显. $b$ 随荷载的增大而增大,由式(3)和式(6)看出, $b$ 是主要反映加速蠕变的系数, $b$ 越大,加速蠕变过程的蠕变加速度就越大.而 $a$ 则随荷载的增大而减小.

## 4 结 论

(1) 通过类似于开关的SO元件与牛顿体并联后与广义Kelvin体串联形成一个新的岩石蠕变模型,该模型通过SO元件的作用,可以实现Burgers模型与广义Kelvin模型之间的切换,当 $\sigma > \sigma_s$ 时,新模型成为Burgers模型,以描述速率不为0的稳态蠕变. $\sigma \leq \sigma_s$ 时新模型转化为广义Kelvin模型,以反映速率为0的稳态蠕变.

(2) 将牛顿体的粘滞系数假设为与时间有关并满足式(7)的关系式,与SO并联后与文献[13]的非正常参数的广义Kelvin体串联形成新的非正常参数的蠕变模型,根据以上分析,该模型可以很好地反映岩石的3种蠕变过程.

(3) 经过分析,参数 $p_3$ 、 $a$ 、 $b$ 对荷载反映较为敏感. $\eta_2$ 只有在 $\sigma > \sigma_s$ 时随荷载的增加而减小.而其余参数受荷载的影响很小.分析结果还表明,本文提出的新模型能很好地反映不同荷载下岩石由初始蠕变进入稳态蠕变的过程.

## 参考文献:

- [1] 袁静, 龚晓南, 益德清. 岩土流变模型比较研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 772 - 779.
- [2] 夏才初, 孙钧. 蠕变试验中流变模型辨识及参数确定[J]. 同济大学学报, 1996, 24(5): 498 - 503.
- [3] 金丰年, 浦奎英. 关于粘弹性模型的讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 1995, 14(4): 335 - 361.
- [4] 邓荣贵, 周德培, 张倬元, 等. 一种新的岩石流变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 780 - 784.
- [5] 韦立德. 岩石力学损伤和流变本构模型研究[D]. 南京: 河海大学, 2003.
- [6] Boukharov G N, Chanda M W. The three processes of brittle crystalline rock creep [J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1995, 32(4): 325 - 335.
- [7] 徐卫亚, 杨圣奇, 褚卫江. 岩石非线性粘弹塑性流变模型(河海模型)及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(3): 433 - 447.
- [8] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 软岩流变的一种新力学模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 209 - 214.
- [9] 曹树刚, 边金, 李鹏. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 632 - 634.
- [10] 张向东, 李永靖, 张树光, 等. 软岩蠕变理论及其工程应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(10): 1635 - 1639.
- [11] 王来贵, 何峰, 刘向峰, 等. 岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(10): 1640 - 1642.
- [12] 许宏发. 软岩的强度和弹模时间效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(3): 246 - 251.
- [13] 丁志坤, 吕爱钟. 岩石粘弹性非正常蠕变方程的参数识别[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 37 - 40.
- [14] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [15] 楼志文. 损伤力学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1990.
- [16] 金丰年, 范华林, 浦奎源. 岩石蠕变损伤模型研究[J]. 工程力学, 2001(5): 227 - 231.
- [17] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, 1995: 1942 - 1948.

## Non-Stationary Parameter Creep Constitutive Model of Rocks

LUO Run-lin<sup>1</sup>, RUAN Huai-ning<sup>1</sup>, SUN Yun-qiang<sup>2</sup>, ZHU Chang-xing<sup>1</sup>

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Institute of Xinjiang Well Logging Company, Kelamayi 834000, China)

**Abstract:** Component-combined model is one of the main methods to describe the creep of rocks. Traditional component-combined linear models can't describe the damage character of rock creeping. To solve this problem, non-linear component models are proposed, and good effects are received. A new non-stationary parameters creep model of rocks is presented. This model consists of a general Kelvin model and a parallel model connected with a Newton component and an SO component like a switch key. Because of the action of SO component, the new model can switch to Burgers model or general Kelvin model to describe the stationary stage of creep. Moreover, if let  $\eta_1$  be a non-stationary parameter of time, the problem that Burgers model can't describe the damage process is successfully solved.

**Key words:** non-stationary parameters; creep; constitutive model; Burgers model; Kelvin model