文章编号：1006 - 544X（2007）02 - 0216 - 03

一种求解 GPS 整周模糊度的新方法

刘立龙，唐诗华，文鸿雁

（桂林工学院 土木工程系，广西 桂林　541004）

摘　要：介绍了一种基于粒子滤波的求解 GPS 载波相位测量整周模糊度的新方法，论述了其实用原理及求解整周模糊度的具体过程；将 2003 - 12 - 01 约 10 km 基线上所采集的 GPS 载波相位测量数据进行实际验算，基线向量误差均在 5 cm 以内. 表明该方法求解 GPS 载波相位测量整周模糊度正确、有效.

关键词：粒子滤波；载波相位测量；整周模糊度；贝叶斯准则

中图分类号：P228.4　　**文献标志码：**A

精密型 GPS 信号接收机都具有伪距和载波相位两种基本观测量，载波相位观测量能提供厘米级精度的相对定位成果[1]. 但由于载波相位测量存在整周模糊度解算问题，致使其用于快速定位及导航时有些困难，快速而准确地求解模糊度，就成了问题的关键. 关于模糊度求解理论方法的研究，近一二十年来一直是学术界研究的热点和难点. 许多学者提出了很多解决方法，最突出的有双频 P 码伪距法、模糊度函数法、最小二乘搜索法和模糊度协方差法[2]. 本文应用基于粒子滤波的搜索方法[3,4]，提出了一种新的搜索整周模糊度的算法，该方法不仅理论严密，而且统计概念明确.

1　粒子滤波的原理

粒子滤波是一种以概率论为基础的方法，在输入观测值后使得整体条件概率密度达到最大. 首先建立 N 个粒子初值，这 N 个初值的概率是 $1/N$，然后在这 N 个初值的基础上进行离散粒子滤波，通过加入观测量后利用贝叶斯准则来得到新一代的条件概率，这些概率会发生变化，然后根据经验概率分布，得到下一代的粒子值. 这个过程中设有一个阈值，假如条件概率不满足阈值，就被舍弃，同时利用概率大的粒子来代替旧粒子，并加入一定概率的随机粒子，这样新一代的粒子产生后再反复上面的过程. 新粒子是在整体上更优越和接近准确值的粒子，这是一种非线性滤波方法. 其基本公式如下.

假定系统方程为

$$\boldsymbol{x}_{n+1} = \boldsymbol{f}_n(x_n) + \boldsymbol{G}_n(x_n)\boldsymbol{w}_n, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}_n = \boldsymbol{h}_n(x_n) + \boldsymbol{v}_n. \tag{2}$$

式中：$x_n \in \mathbf{R}^n$，$w_n \in \mathbf{R}^q$，$y_n \in \mathbf{R}^d$，其中 $\boldsymbol{w}_n$ 和 $\boldsymbol{v}_n$ 是独立离散高斯白噪声，均值为零，方差已知. $\boldsymbol{f}_n(x_n)$，$\boldsymbol{h}_n(x_n)$ 是随 $\boldsymbol{x}_n$ 而变化的函数，$\boldsymbol{G}_n(x_n)$ 是已知的系数阵，x_0 给定且独立于 $\boldsymbol{w}_n$，$\boldsymbol{v}_n$. 下面给出粒子滤波方法的过程.

第 1 步：初始化条件概率

$$p_{0|0}(x_0 \mid y_0) = p(x_0). \tag{3}$$

$p(x_0)$ 表示的初始概率，$p_{0|0}(x_0 \mid y_0)$ 表示初始条件概率.

第 2 步：条件概率预测

$$p_{n+1|n}(x_{n+1} \mid y_{n+1}) = \int p(x_{n+1} \mid x_n) p_{n|n}(x_n \mid x_n) \mathrm{d}x_n. \tag{4}$$

第 3 步：利用贝叶斯准则进行更新

$$p_{n+1|n+1}(x_{n+1} \mid y_{n+1}) = \frac{p_{n+1|n+1}(y_{n+1} \mid x_{n+1}) p_{n+1|n}(x_{n+1} \mid y_n)}{\int p(y_{n+1} \mid x_n) p_{n+1|n}(x_{n+1} \mid y_{n+1}) \mathrm{d}x_{n+1}}. \tag{5}$$

收稿日期：2005 - 12 - 19

基金项目：国家自然科学基金资助项目(4057002)；广西自然科学基金项目(桂科自 0542002)；广西青年科学基金项目(桂科青 0728097)

作者简介：刘立龙（1974 - ），男，博士，副教授，研究方向：GPS 技术及其应用.

第 4 步：$n+1 \to n$，然后回到第 2 步.

粒子滤波的本质在于利用贝叶斯估计来计算验后条件概率 $p_{n+1|n+1}(x_{n+1} \mid y_{n+1})$，因为这里面包含着所有在已知观测量 x_{n+1} 后基础上的 y_{n+1} 的信息. 只要得到这个条件概率，所有其它的概率估计都能很容易的得到，而且只要有足够的粒子数 N 就能把状态估计的误差控制到一定的范围内.

2　基于粒子滤波的 GPS 整周模糊度求解法

第 1 步：粒子初始化. 给出随机粒子 $x_0^1,\cdots,x_0^N$，N 是粒子数，这里粒子有确定的上下限，在这个范围内按照一定的分布取随机值，同时得到这些粒子的分布密度 $p_0(x)$.

第 2 步：状态量预测. 根据状态方程 $x_{n+1} = f_n(x_n) + G_n(x_n)w_n$，在已知的 $x_n^1,\cdots,x_n^N$ 得到状态量的估计值 $\hat{x}_{n+1}^1,\cdots,\hat{x}_{n+1}^N$.

第 3 步：计算经验分布

$$p_{n+1|n}^N(x) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\delta_{\hat{x}_{n+1}^j}(x). \tag{6}$$

$\delta(x)$ 表示经验分布函数，在 GPS 数据中，一般认为服从正态分布.

第 4 步：利用贝叶斯准则，条件概率分布

$$p_{n+1|n+1}^N(x) = \frac{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\delta_{\hat{x}_{n+1}^j}(x)\cdot\psi_{n+1}(x)}{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\delta_{\hat{x}_{n+1}^j}(\hat{x}_{n+1}^j)\cdot\psi_{n+1}(\hat{x}_{n+1}^1)}. \tag{7}$$

式中：$\psi_{n+1}(x)$ 是在已知状态量时的观测值的条件分布，这个值是根据系统特性给出的一个已知值. $p_{n+1|n+1}^N(x)$ 原始值是 $1/N$，当得到观测值后这些概率大小会发生变化.

第 5 步：重新抽样粒子值. 按照 $p_{n+1|n+1}^N(x)$ 的概率值得到新的 $x_{n+1}^1,\cdots,x_{n+1}^N$ 值.

第 6 步：$n+1 \to n$，然后回到第 2 步.

这样在第 6 步中重新设定粒子时，让概率大的粒子去代替概率小的粒子，结束后有些粒子出现的次数就不只是一次. 但是在下次循环过程中的第 2 步因为有噪声项的影响，得到新的 $\hat{x}_{n+1}^1,\cdots,\hat{x}_{n+1}^N$ 不会再是同一个值，这样又得到 N 个新的粒子. 这样在滤波过程中逐渐逼近准确值.

在载波相位测量中整周数可以作为一个状态量出现在状态方程中，它的初值根据伪距测量给出. 伪距双差方程经过线性化之后如下

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{y} + \boldsymbol{v},\quad \boldsymbol{v} \in N(0,\boldsymbol{Q}_{\mathrm{D}\psi}). \tag{8}$$

其中：$\boldsymbol{\rho}$ 表示实际观测值与计算的值之差；$\boldsymbol{A}$ 表示系数阵；$\delta\boldsymbol{y}$ 表示坐标增量；$\boldsymbol{v}$ 表示模型误差和测量噪声；$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{D}\psi}$ 表示伪距测量的协方差阵.

由(8)式，根据最小二乘原理可得

$$\delta\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}. \tag{9}$$

对于载波相位，其双差模型线性化之后可得

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\lambda x} + \boldsymbol{w},\boldsymbol{w} \sim N(0,\boldsymbol{Q}_{\mathrm{D}\varphi}). \tag{10}$$

其中：$\boldsymbol{l}$ 表示实际观测值与计算值之差；$\boldsymbol{A}$，$\delta\boldsymbol{y}$ 与式(8)含义相同；$\boldsymbol{\lambda}$ 为 L_1 载波相位波长；$\boldsymbol{w}$ 为模型误差和测量噪声；$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{D}\varphi}$ 为载波相位测量的协方差阵.

把式(9)代入式(10)，可得模糊度的初值[5]

$$\hat{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{l} - \boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{y})/\boldsymbol{\lambda}. \tag{11}$$

由式(11)根据协因数传播定律，此时模糊度 $\hat{x}$ 的协方差阵 $\boldsymbol{Q}_{\hat{x}}$ 为

$$\boldsymbol{Q}_{\hat{x}} = \lambda^2\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}_{\delta y}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{\mathrm{D}\varphi}. \tag{12}$$

即可确定其初值的范围

$$(\boldsymbol{x}_i - \delta\boldsymbol{x}_i) \leqslant \boldsymbol{x}_i \leqslant (\boldsymbol{x}_i + \delta\boldsymbol{x}_i), i = 1,2,\cdots,n-1. \tag{13}$$

其中：$\boldsymbol{x}_i$ 表示求解的模糊度初值，$\delta\boldsymbol{x}_i = \beta\sqrt{\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}_{\hat{x}})}$ 表示搜索空间，β 表示置信度.

根据正态分布给定 N 个粒子初值. 系统方程为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_{n+1}\\ \boldsymbol{y}_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_n(x_n)\\ \boldsymbol{h}_n(x_n)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_n(x_n)\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_n\\ \boldsymbol{v}_n\end{bmatrix}. \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{f}_n(x_n) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_3 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_{n-1}\end{bmatrix}x_n$；$\boldsymbol{G}_n(x_n) = \begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{I}_3\\ \boldsymbol{I}_{n-1}\end{bmatrix}$；$\boldsymbol{I}$ 表示相对应单位阵；$\Delta\boldsymbol{T}$ 表示接收机的采样间隔，

$$\boldsymbol{h}_n(x_n) = \begin{bmatrix}\frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{12}}{\partial y_1} & \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{12}}{\partial y_2} & \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{12}}{\partial y_3} & 0 & 0 & 0\\ \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{13}}{\partial y_1} & \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{13}}{\partial y_2} & \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{13}}{\partial y_3} & 0 & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{1n}}{\partial y_1} & \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{1n}}{\partial y_2} & \frac{\partial\Delta\nabla\varphi^{1n}}{\partial y_3} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_n;$$

$\Delta\nabla\varphi^{ij} = (f/c)(\rho^i - \rho^{i*} - \rho^j + \rho^{j*}) + \Delta\nabla T^{ij} - \Delta\nabla I^{ij}$.

ρ 表示观测的伪距；ρ^* 表示计算的伪距；f 表示载波相位的频率；C 表示光在真空中的度速；$\Delta\nabla T^{ij}$ 表示双差之后对流层的残差，$\Delta\nabla I^{ij}$ 表示双差之后电离层的残差；J_n 表示中间计算量.

3　实验结果与分析

实验采用北京遥测技术研究所生产的两台

GPS 单频接收机,其数据更新率为 10 Hz(即采样率为 0.1 s). 2003 – 12 – 01T6:24 ~ 7:06, 在某地进行了 GPS 数据采集,而观测到了 8 颗共视卫星(PRN02,03,08,11,13,15,27,31). 用本文所述方法对数据进行处理,以 PRN02 – 08 为例,模糊度的搜索过程如图 1 所示(其它模糊度的搜索过程与此类似),其模糊度的搜索过程需要 8 min 41.3 s 即可正确确定(与 TGO 求出的模糊度完全相同). 模糊度固定之后即可实行导航定位,其解算基线向量如图 2 所示,取 1 000 个历元数据进行分析,图 2a ~ d 分别表示基线向量解的长度误差、基线 X 方向误差、基线 Y 方向误差和基线 Z 方向误差. 取整个观测时段数据,由 Trimble 公司的 TGO 软件解算出基线长度为 9 560.375 m, $\Delta x = -8\ 669.165$ m, $\Delta y = -657.074$ m, $\Delta z = -3\ 976.759$ m,取该值为真值,与实时解算的结果比较. 从图 2 可以看出,无论基线长度误差,还是基线分量误差,都小于 5 cm. 进一步说明基于粒子滤波的整周模糊度搜索法是正确和可靠的.

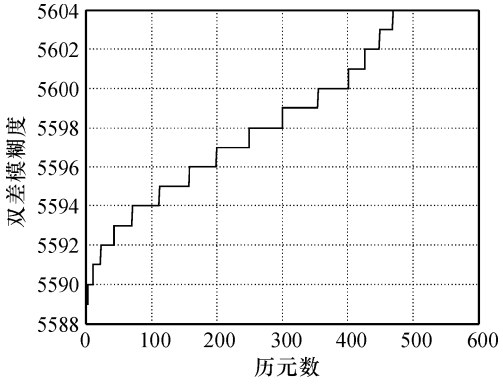


图 1 双差模糊度的搜索过程

Fig. 1 Search procedure of DD ambiguity

4 结 论

上述实验测量数据解算表明,本文提出的基于粒子滤波的载波相位测量整周模糊度搜索法,能够正确地确定整周模糊度,实现高精度的 GPS 快速定位.

参考文献:

[1] 刘立龙, 林文介. GPS 监测城市地表形变及数据处理分析研究 [J]. 桂林工学院学报, 2002 (1): 48 – 51.

[2] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003: 306 – 317.

[3] Zimi – Sadjadi B, Krishnaprasad P S, Integer Ambiguity Resolution in GPS Using Particle Filtering [C] //Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Arlington, 2001: 3761 – 3766.

[4] Fredrik G, Nickas, Urbanf, et al. Particle Filters for Positioning, Navigation, and Tracking [C] //Proceedings of the 41th IEEE Conference on Decision and Control. Alaska, 2002: 3673 – 3678.

[5] Lee Y J, Won Yu-Doo, Jee Gyu-In, et al. A Real Time Ambiguity Search Technique for Precise Positioning Using GPS L1 Carrier Phase[C]//Proceedings ION GPS – 1999, 1999: 1589 – 1595.

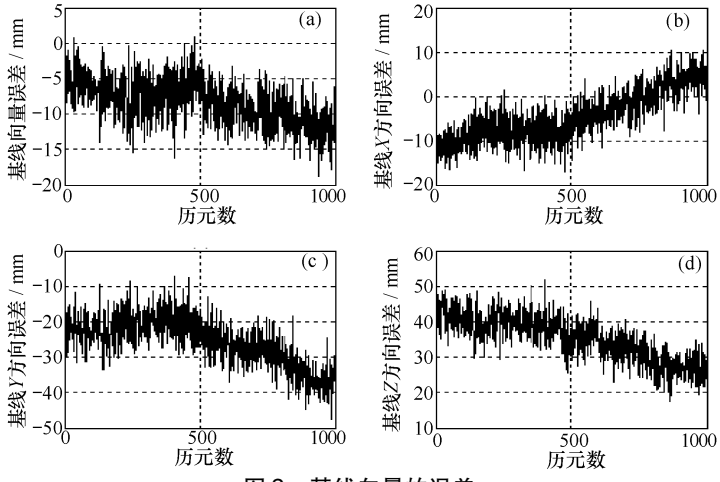


图 2 基线向量的误差

Fig. 2 Errors of the baseline vector

New Algorithm for the Integer Ambiguity in GPS Carrier Phase Measurements

LIU Li-long, TANG Shi-hua, WEN Hong-yan

(*Department of Civil Engineering*, *Guilin University of Technology*, *Guilin* 541004, *China*)

Abstract: A new algorithm based on the particle filtering is introduced for the integer ambiguity in GPS carrier phase measurements. The principle and applications of the new algorithm are discussed. On December 1st 2003, carrier phase data are gathered. The new algorithm is used to solve the integer ambiguity . The results indicate that compared with the computations by Trimble Geomatics Office software the error is less than 5 cm, and the new algorithm can be used to perform quickly GPS precise positioning.

Key words: particle filtering; carrier phase measurement; integer ambiguity; Bayes rule