文章编号: 1006-544X (2007) 04-0484-06

# 瞬变电磁信号的分形特征及其应用

## 李亚南,张小路

(桂林工学院 资源与环境工程系,广西 桂林 541004)

**摘** 要:在关联维数的基础上,对局部导体的瞬变电磁法信号分形特征进行了研究.瞬变电磁响 应电位异常(包含有一定干扰)有明显的分形特征;对尺度 *ε* 的选取进行了讨论,应根据瞬变电 磁异常响应的分形体特点进行细致分析,才能得出尺度 *ε* 的合理取值范围.实际应用结果表明, 利用分形理论解释瞬变电磁资料,可为减少成果解释的多解性提供帮助.

关键词:分形理论;关联维;瞬变电磁法

中图分类号: P631.325

瞬变电磁法是根据接收信号,对异常地质体 的电性、规模、位置等做出解释和判断的.在实 际的勘探工作中,由于会受到各种电磁噪声的干 扰(包括天电场干扰、人文电场噪声和地磁场微 动噪声等),对采集到的信号会造成不同程度的影 响.对于局部形体的瞬变电磁异常解释,主要依 靠剖面的响应电位等时曲线判断异常形态及异常 的平面位置,再通过近似计算或者反演确定异常 体的物理性质及空间位置.因为目前还没有对瞬 变电磁信号非常有效的滤波方法,常常给异常解 释带来误差,甚至造成错误的结果.笔者等尝试 利用瞬变电磁信号的分形特征来增强信号、减少 解释误差.

分形即是对那些没有特征长度(即无标度), 但在一定意义下具有自相似性或自仿射性的图形、 构造以及现象的总称.分维数是分形理论中的一 个指标,常见的分维数主要有豪斯道夫维数、信 息维数和关联维数,其中关联维数在地球物理勘 探的数据处理及异常解释中得到了较为广泛的应 用<sup>[1-3]</sup>.对瞬变电磁而言,对于同一个地质模型, 在相同的测点上测量,如果发射磁矩不同,接收 到的信号(响应电位)的大小是不相等的,但其

#### 文献标志码: A

曲线形态是一致的,说明瞬变电磁信号在某种意 义上说具有自相似性.根据前人的研究<sup>[1]</sup>,可以 采用分维数来表征图形曲线的特性.本文在介绍 关联维数的基础上,讨论了瞬变电磁信号的分形 特征,并且将分形理论应用于大厂某已知矿瞬变 电磁勘探的异常解释.

## 1 关联维计算方法

计算瞬变电磁响应电位曲线的关联维采用嵌 入空间法.嵌入空间法主要用于时间序列分析, 它是把一定时间范围内不同时刻观测的数据序列, 人为地拓展到一定维数的向量空间,通过向量分 析方法对观测数据进行研究<sup>[4]</sup>.

#### 1.1 将瞬变电磁数据拓展成嵌入空间

假设某点瞬变电磁响应电位的采样个数为 *M*, 该测点的响应电位构成向量的维数为 *N*,则构造第 1 个向量时,从第 1 个数据开始依次向后取 *N* 个数 据.构造第 2 个向量时,第 1 个数据与前 1 个向量第 1 个数据间隔为 *T* 个数据,然后再开始取 *N* 个数据, 构成第 2 个向量.依此类推,最后将 *M* 个数据拓展成 *K* 个向量,计算公式

$$K = 1 + INT((M - N)/T).$$
 (1)

收稿日期: 2006-10-26

基金项目: 国家"十五"科技攻关项目 (2004BA615A-03)

作者简介: 李亚南(1979-), 女, 硕士, 研究方向: 地球探测与信息技术.

通讯作者: 张小路, 研究员, E-mail: zxl@glite.edu.cn.

### 其中,INT()为取整函数.

假设一个测点瞬变电磁电位曲线的数据序列 为 $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_M)$ ,向量空间为 $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_K)$ ,则每个向量 $y_i(i = 1, 2, \dots, K)$ 可表示为

$$y_{1} = (x_{1}, x_{2}, \dots, x_{N}),$$

$$y_{2} = (x_{1+T}, x_{2+T}, \dots, x_{N+T}),$$

$$y_{3} = (x_{1+2T}, x_{2+2T}, \dots, x_{N+2T}),$$

$$\dots$$

$$y_{i} = (x_{1+(i-1)T}, x_{2+(i-1)T}, \dots, x_{N+(i-1)T}),$$

$$\dots$$

$$y_{K} = (x_{1+(K-1)T}, x_{2+(K-1)T}, \dots, x_{N+(K-1)T}).$$

$$(2)$$

其中,*i* = 1,2,…,*K*.

#### 1.2 任意两个向量之间的欧氏距离

假设嵌入空间中的任意两个向量分别为  $y_i$ 和  $y_i(i, j = 1, 2, \dots, K)$ ,则它们之间的欧氏距离  $R_i$  为

 $R_{ij} = |y_i - y_j| = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} (x_{k+(i-1)T} - x_{k+(j-1)T})^2}.$  (3) 其中,  $i \neq j$ .

# 1.3 计算不同尺度下满足条件的距离个数占全部 距离个数的比例

假设任意给定一个尺度  $\varepsilon$ ,满足条件  $R_{ij} < \varepsilon(i \neq j)$ 的距离个数为  $N(\varepsilon)$ ,而任意两个向量组合,全 部距离个数为  $K^2$ ,则该尺度下满足条件的距离个数 占全部距离个数的比例  $C(\varepsilon)$  为

$$C(\varepsilon) = N(\varepsilon)/K^2, \qquad (4)$$

或用如下方式描述

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{K^2} \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} \theta(\varepsilon - R_{ij}), \ i \neq j.$$
 (5)

其中:

$$\theta(\varepsilon - R_{ij}) = \begin{cases} 0, & \stackrel{\text{dis}}{=} \varepsilon - R_{ij} < 0 \text{ B}; \\ 1, & \stackrel{\text{dis}}{=} \varepsilon - R_{ij} \ge 0 \text{ B}. \end{cases}$$
(6)

显然,  $C(\varepsilon)$ 随着 $\varepsilon$ 的增加而增加. 若尺度 $\varepsilon$ 太大,

所有 R 都被漏下去,于是  $C(\varepsilon) = 1$ ,这样, $\varepsilon$  不能反 映数据系统内部性质,没有意义;当尺度  $\varepsilon$  太小,几 乎所有的 R 都包括,于是  $C(\varepsilon) \rightarrow 0$ ,这样的  $\varepsilon$  同样 没有意义;只有当  $\varepsilon$  位于一定区域内, $C(\varepsilon)$  随  $\varepsilon$  的 变化呈幂函数形式,即 $C(\varepsilon) \propto \varepsilon^{R}$ ,指数 R 是关联维 D 的一种逼近<sup>[1]</sup>.

## 1.4 计算关联维数

关联维数与豪斯道夫维数、盒维数的定义类 似

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} (\lg C(\varepsilon) / \lg \varepsilon).$$
(7)

为了计算关联维数,可以把各种尺度及其对应的 比例值取对数,然后拟合出一条直线,该直线的 斜率即为关联维数.

# 2 导电薄板的瞬变电磁信号分形特征

## 2.1 重叠回线装置中导电薄板的瞬变电磁响应计算

假设板状体的走向较长,并且在垂直于板体走 向的中心观测,那么,板状导体的异常响应可以用 一对互相平行的无限长反向线电流的响应来等效. 重叠回线装置的观测参数是电流归一的感应电压 值,采用的正演公式参见文献[5]式(3-31).

#### 2.2 高阻围岩中导电薄板的分形异常特征

图 1a 是  $\alpha$  = 90°( $\alpha$  为导电薄板的倾角,下 同)时,根据文献公式计算所得薄板的瞬变异常 响应电位曲线.模型参数为导电薄板的走向长度 10 000 m,倾向长度 300 m,顶部埋深 400 m,顶 部在测线上的投影为 0 号点.图 1b 是尺度为  $\varepsilon = i$ × 300 时(i = 1, 2, ..., n,下同)图 1a 的分形 维数(关联维数)曲线,分形维数异常形态与响应 电位的异常形态基本一致,异常形态为对称于导体 顶部(0 号点)的双峰值.图 1c 是当该模型加入均 值为0、方差为1的高斯随机序列噪声的响应电位



Fig. 1 Curves of TEM response and correlation dimension for thin conductive plate ( $\alpha = 90^{\circ}$ ) a—无干扰时的响应电位; b—无干扰时的关联维; c—加干扰时的响应电位; d—加干扰时的关联维 异常曲线,由于受到干扰,从图中已很难确认导体的位置及倾向.图1d是加入干扰后,取尺度 *ε* = *i*×16 000 的分形维数异常曲线,从图中可清楚的判断该导体为近似直立导体,导体异常形态为对称于导体顶部的双峰值,两个峰值基本相同.

图 2a 是 α = 45°时(向左倾),根据文献公式 计算所得的瞬变电磁异常响应电位曲线(其余参 数同上),响应电位异常出现双峰不对称,在导体 倾向一侧的峰值大于另一侧,谷值位置向反倾斜 一侧有所移动.图 2b 是尺度为 ε = i × 1 000 时, 图 2a 的分形维数曲线,薄板的瞬变电磁信号分形 维数异常形态与响应电位的异常形态基本一致, 异常响应出现双峰不对称.在导体倾向一侧的峰 值大于另一侧,谷值位置向反倾斜一侧有所移动. 图 2c 是对 α = 45°薄板的瞬变电磁异常响应电位加 入均值为 0、方差为 1 的高斯随机序列噪声后得到 的异常响应电位曲线,由于受到干扰的影响,很 难从图中辨别出导体的位置及倾向. 图 2d 是加入 干扰后,取尺度 ε = i × 16 000 的分形维数异常曲 线,从图中可以清楚地判断出导体顶部位置及其 倾向,导体异常响应出现双峰不对称,与图 2b 曲 线相似.

从上述分析可知,局部导体瞬变电磁的响应 电位异常有明显的分形特征,并且具有较好的抗 干扰能力,瞬变电磁响应电位的关联维数可以用 于瞬变电磁法勘探资料的处理与异常解释.



图 2 导电薄板的瞬变电磁响应电位异常曲线及分形维数异常曲线 ( $\alpha = 90^\circ$ ) Fig. 1 Curves of TEM response and correlation dimension for thin conductive plate ( $\alpha = 90^\circ$ ) a—无干扰时的响应电位; b—无干扰时的关联维; c—加干扰时的响应电位; d—加干扰时的关联维

#### 2.3 瞬变电磁信号分形尺度 $\varepsilon$ 的讨论

尺度 *ε* 的选择与欧氏距离 *R<sub>ij</sub>*有密切的关系, 且在瞬变电磁信号分形特征研究过程中发现,瞬 变电磁信号分维数异常与 *ε* 也有关系.

分维不确定性的产生原因是由于实际存在的 分形体不具有无限层次的自相似结构.把适用于 无限层次分形体的公式用于实际的有限层次分形 体,就有可能产生分维不确定性.所以测量尺度  $\varepsilon$ 存在一个合理的取值范围:当 $\varepsilon_{max} \ge \varepsilon \ge \varepsilon_0$ 时,测 得的有限层次分形体的分维是一确定值 D,这里 的 $\varepsilon_0$ 是下临界点, $\varepsilon_{max}$ 是上临界点;当 $\varepsilon < \varepsilon_0$ 或 $\varepsilon$  $> \varepsilon_{max}$ 时,测得的分维值 D'是不确定的.尺度的临 界值 $\varepsilon_0$ 是由实际分形体的最小自相似结构层次所 决定的,所以,在研究实际的分形体时,尺度的 取值范围不是任意的,必须先对该分形体的结构 特点进行细致的分析,即结构层次和存在层次, 再选择尺度和确定临界点.实际分形体只在一定 层次范围内才呈现为分形或准分形<sup>[6]</sup>. 对于任何一个有确定维数的几何体,若用与 它相同维数的"尺"去量度,则可得到一确定的 数值 N;若用低于它维数的"尺"去量它,结果 为无穷大;若用高于它维数的"尺"去量它,结 果为零.

以上节中  $\alpha$  = 45°的导电薄板为例对  $\varepsilon$  取值进 行讨论,尺度取值表示为  $\varepsilon$  =  $i \cdot R$ ,这里 R 是欧氏 距离.因此,对 $\varepsilon$ 的选择实际上就是对R的选择. 在计算一个剖面的分维数时,每个点可以得到一 组欧氏距离值  $R_{ij}$ ,从中找出极大值  $R_{max}$ 和极小值  $R_{min}$ .一条剖面 M 个测点可以组成  $R_{max}(p)$ 和  $R_{min}(p)(p=1,2,3,...,M)$ 两个数组,绘成欧氏距离图 (图 3),并参照其进行 R 值选择范围的讨论,结果 见图 4.图 3a 曲线中的最大峰值为 R = 101 090, 取大于它的 R = 120 000 作尺度时,分形维是一直 线,且关联维数是 0 (图 4a),由此可知,此时的 分形维数是不真实的.选择a 曲线的次峰值点 R = 18 670,此时分维数开始呈现出曲线形态(图 4b).选择 a 曲线的谷值 R = 5 770,分维数曲线正 常形态出现(图 4c),此时分形体开始呈现为真 实分形.当尺度取 R = 1 000,分维数曲线形态完 好(图 4d),此时的瞬变电磁异常响应电位分形 维数呈现出分形或准分形.当尺度取图 3 的 b 曲 线的最大峰值 R = 533.8 时,维数和形态已略有所 不同(图 4e),分形维数异常曲线最大峰值出现无 穷大,此时得到的维数是不真实的.当尺度取 b 曲 线次大峰值点 R = 98.6 时,分形维曲线出现多点无 穷大(图 4f),此时得到的维数也是不真实的.当 尺度取 b 曲线极小值点 R = 0.7 时,分形维数各点 为无穷大,维数更加不真实了.



Fig. 1 Maximal Euclid-distance  $R_{\max}$  and the minimal Eucliddistance  $R_{\min}$  curve at each dot for the thin conductive plate ( $\alpha = 45^{\circ}$ )



图 4 导电薄板的瞬变电磁响应电位异常曲线及分形维数异常曲线  $\alpha = 90^{\circ}$ Fig. 4 Scale  $\varepsilon$  influence on the thin conductive plate correlation dimension ( $\alpha = 90^{\circ}$ )

由上述讨论可知,该模型的正确取值范围为 *a* 曲线谷值 *R* = 5 770 到 *b* 曲线峰值 *R* = 533.8 之间,即图 3 阴影部分.对于尺度 *c* 而言,应存在一个合理的取值范围,所得到的分维才是真实的.因此,要得到好的瞬变电磁异常响应电位分形曲线,*R* 值选择应根据瞬变电磁异常响应电位曲线的分形体特点进行细致的分析,得出合理的取值范围.

# 3 分形理论在瞬变电磁勘探中的应用

选择广西大厂铅锌矿的一条大功率瞬变电磁 剖面进行关联维分析.采用 TEMS - 3S 瞬变电磁仪 进行数据采集(TEMS - 3S 型瞬变电磁系统数据采 集是全域等间隔采集,不设采样窗口(不分时道)), 采用重叠回线装置,回线边长 200 m,发送电流为 100 A,发射时间 80 ms,接收时间 80 ms,采样间隔为0.05 ms,一次采样数据量为1 600 个,全部为自动记录. 每个测点的数据采集采用多次叠加方式完成,以尽可能的消除干扰. 剖面长 550 m. 该剖面有 2 个孔位 共4 个钻孔控制,钻孔深度标高在 300 ~ 200 m. 已 知矿体在 D<sup>2</sup> 硅质岩下部, D<sup>1</sup>2 礁灰岩顶局部缓隆起 部位控制了矿体形态.

图 5a 是 0.05 ms 等间隔采样的 TEM 原始的响应电位曲线.除了早期的响应电位曲线较圆滑外,中晚期的响应电位曲线很混乱,无法判断异常的位置.

图 5b 是经过分道和圆滑等处理后的 TEM 异

常响应电位曲线. 早中时道为斜圆帽状异常, 350 号点为帽顶,帽沿西高东低,东侧帽沿在 400 号 点附近有局部异常叠加显示. 晚时道有 2 个双峰 异常,左异常的右峰(250 号点)略低于左峰 (100 号点),右异常的左峰(250 号点)低于右峰 (400 号点), 瞬变电磁响应异常对应于拱形似层 状矿体. 从整体上来看,早期异常曲线为斜圆帽 状反映为浅部的拱形已知矿体所致. 剖面异常特 征表明,以 350 号点帽顶为中心,深部应有向右 侧缓侧伏的单层状或多层叠加的层状矿体,反演 估计深度在 800 m (标高 100 m) 左右.

图 5c 为没有经过滤波的原始采样响应电位关 联维数异常曲线,上、中、下3条曲线分别为0~



图 5 大厂矿山某线已知矿瞬变电磁勘探解释结果 Fig. 5 Interpretation result in TEM exploring practice 10 ms ( I 时段)、10~30 ms ( II 时段) 和 30~60 ms (Ⅲ时段) 时间段瞬变电磁信号的关联维数异 常. 各时段所用尺度的 P<sub>F</sub>选择范围在 120~37 500 数值内. 其中: I 时段选取的是 R = 2000 (因第 I 时段数值比较大,所选 R 也应较大), Ⅱ 时段 R=150, Ⅲ时段 *R* =150. Ⅰ时段是以 300 号点帽顶 为中心,浅部应有向两侧缓侧伏的单层状或多层 叠加的层状矿体. 在Ⅱ时段, 出现了一个较为明 显的关联维异常,该异常为缓倾斜板状体,异常 峰值在400号点比250号点要高,根据图2可以判 断出,该异常向右倾斜. Ⅲ时段的异常显示也可 以作出和Ⅱ时段一样的解释,不过此时的峰值较 为明显,而且可以明确地判断出向右倾斜的矿体 顶部位置在300号点右侧. 另外, Ⅱ、Ⅲ时段100 到 250 号点之间出现微弱的双峰异常, 这可能是 矿体的左翼异常反映,由于矿体的右翼规模比左 翼规模大,所以瞬变电磁信号以右翼矿体产生的 为主, 左翼矿体产生的异常在它的干扰之下呈现 左峰值比右峰值小, 而导致与矿体的实际产状相 反.

从上述分析可以看出,采用关联维曲线解释 与采用分道圆滑后的响应电位曲线解释,可以得 到一样的解释结果.这说明了关联维处理瞬变电 磁信号有较强的抗干扰能力.

实际应用表明,瞬变电磁信号的分形特征分 析可以为瞬变电磁法勘探的资料解释提供有价值 的信息,对减少异常解释的多解性提供较大的帮助.

# 4 结 论

(1)局部导体的瞬变电磁的响应电位异常 (包括含有一定干扰)有明显的分形特征,关联维 数异常可用于瞬变电磁法勘探的资料处理和异常 解释.

(2)关联维尺度 ε 对得出的关联维曲线形态 有较大的影响. 在选取尺度 ε 时,应研究实际的 分形体的结构特点,再选择尺度和确定临界点.

(3)对瞬变电磁信号的分形特征的分析,可 为减少资料解释的多解性提供较大的帮助.

(4)采用信号的关联维数解释瞬变电磁法勘 探资料还处于起步阶段,进一步的应用还有待于 更深入的研究.

- [1] 李学民,曹俊兴,刘百红.分形理论在提取大地电磁资料构造信息中的应用[J].石油物探,2004,43(3):245-247.
- [2] 魏兆亮,陈敬义,王之安.关联维和分析分形维技术在油 气勘探中的应用 [J]. 石油物探,1997,36 (S):84-88.
- [3] 何光明,高如曾.分形理论在裂缝预测中的尝试 [J]. 石油物探,1993,32 (2):1-13.

- [4] 文环明. 分形测井解释理论方法研究 [D]. 成都: 成都 理工大学, 2003.
- [5] 牛之琏. 时间域电磁法原理 [M]. 长沙: 中南工业大学 出版社, 1992.
- [6] 张济忠. 分形 [M]. 北京:清华大学出版社, 1995.
- [7] 肯尼思・法尔科内.分形几何:数学基础及其应用[M]. 曾文曲译.沈阳:东北大学出版社,1997.
- [8] 嵇艳鞠,林君,程德福,等.瞬变电磁法中数据取样处理 方法的研究 [J]. 物探与化探,2003,27 (2):142 -145.

## **Application of TEM in Fractal Theory**

LI Ya-nan, ZHANG Xiao-lu

(Department of Resources and Environmental Engineering, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: The fractal character of TEM signal is studied on the basis of correlation dimension. The result shows that TEM response potential (with some disturbs) presents the evident fractal character. In the discussion of selecting the scale  $\varepsilon$  to get a reasonable scale  $\varepsilon$  rang, it should be based on the detail analysis of TEM response potential fractal feature. The application proves that it is helpful to reduce multi-interpretation of TEM data, with the fractal theory.

Key words: fractal theory; correlation dimension; transient electromagnetic method (TEM)