

文章编号: 1006-544X(2004)01-0048-04

龙胜岩门索桥悬索计算

卢春玲^{1,2}, 王强¹, 邓康成¹

(1. 桂林工学院 土木工程系, 广西 桂林 541004; 2. 长沙理工大学 桥梁与结构工程学院, 湖南 长沙 410076)

摘要: 通过运用结构力学方法对小垂度 ($f/l < 0.1$) 悬索的线形方程和初态、终态悬索内力的求解, 得到小垂度悬索的线形方程和初态、终态悬索内力的一般方程. 并将之运用于龙胜岩门索桥设计, 该桥通行以来无任何安全问题和隐患. 该方法计算简单, 易于掌握, 适用于山区人行索桥的设计.

关键词: 小垂度悬索桥; 线形方程; 力学分析

中图分类号: U443.38

文献标识码: A^①

1 工程概述

岩门人行索桥是龙胜风景区中通往猴山景区的必经要道, 其本身也是一道风景. 原桥由于设计荷载较小, 难以满足现在日益增多的游客的要求, 龙胜县旅游局决定将设计荷载取为允许每次40人以下通过, 重新对该索桥进行设计. 由于原桥的锚碇体系经广西大学的专家考察和分析后认为即使设计荷载增加到每次40人通过也是安全的, 故不需要重新设计. 本次设计只需将悬索重新设计, 采用6根悬索平行布置, 每根悬索用U形卡固定在角钢上(图1).

2 悬索计算

2.1 技术标准

桥跨135 m, 桥面宽度1.88 m, 垂度3.5 m, 人群荷载2 kN/m.

材料规格: 桥面板, 采用松木板, 容重为3.9 kN/m³. 主索6根, 每根主索采用 $\Phi 31$ (GB 1102-74) 钢丝绳^[1]. 每根钢丝绳有6股, 每股19根钢丝, 即钢丝绳规格为6×19+1, 钢丝绳由高强碳素钢丝组成. 弹性模量 $E_y = 1.6 \times 10^5$ MPa^[2], 换算容重为78.5 kN/m³. 荷载集度为: 0.034 kN/m, 钢丝绳公称抗拉强度取为1 800 MPa.

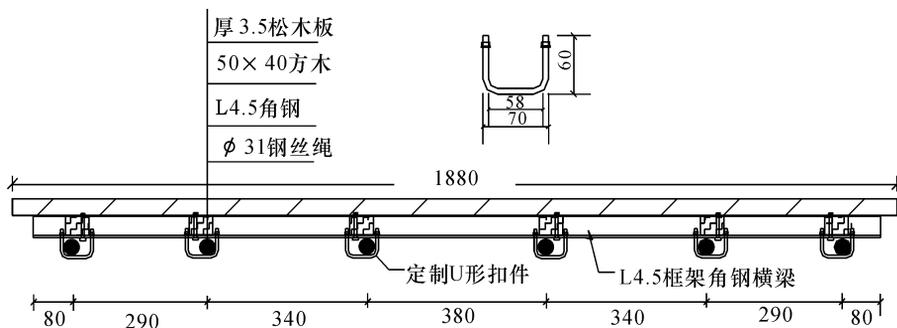


图1 悬索平面布置
Fig. 1 Plane layout of cable

① 收稿日期: 2003-06-02

作者简介: 卢春玲 (1978-), 女, 助教, 桥梁工程专业.

桥面系重量：按2期恒载（栏杆、桥面铺装） $q = 0.086 \text{ kN/m}$ 以均布荷载的形式加在悬索上。

2.2 初始状态线形方程和初始状态索力的确定

①沿跨度方向均布荷载 q 作用下悬索的几何线形方程。

图2表示在沿跨度方向均布荷载 q 作用下悬索 AB ，其曲线可用函数 $y = y(x)$ 表示。两端张力 T_A 与 T_B 均沿切线方向作用。由于水平方向无荷载作用，索的两端及索中任一点张力的水平分量 H 为常量。取任一微段索 dx 为隔离体，由 $\sum y = 0$ ，可得

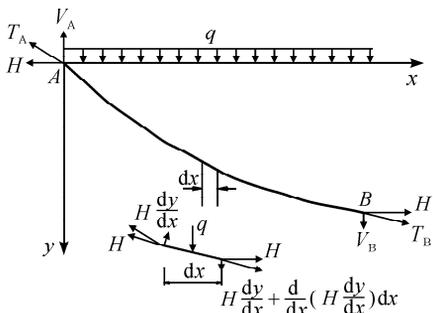


图2 悬索在均布荷载作用下受力分析
Fig. 2 Mechanical analysis of cable under equal load

$$-H \frac{dy}{dx} + H \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} (H \frac{dy}{dx}) dx + q(x) dx = 0,$$

即 $Hd^2y/dx^2 + q = 0$. (1)

上式是单根悬索的基本平衡微分方程。积分两次并根据边界条件可得

$$y = x(l-x)q/2H + xc/l \quad (2)$$

为二次抛物线方程，给定悬索跨中垂度 f 作为控制值，即令 $x = l/2$ 时， $y = c/2 + f$ 。

由(2)式求得索中张力水平分量为

$$H = ql^2/8f. \quad (3)$$

并可得

$$y = xc/l + 4fx(l-x)/l^2 \quad (4)$$

为一确定的二次抛物线方程，且式中的第1项代表弦 AB 的直线方程，而第2项则代表以弦 AB 为基线的悬索曲线方程。当 AB 为一水平线时， $c=0$ ，则有

$$y = 4fx(l-x)/l^2. \quad (5)$$

②沿索长度均布荷载 q 作用下悬索的几何线形方程。

将 q 转化为沿跨度方向的等效均布荷载 q_y (图3)，应有 $q ds = q_y dx$ 。

因此， $q_y = q ds/dx = q \sqrt{1 + (dy/dx)^2}$ 。

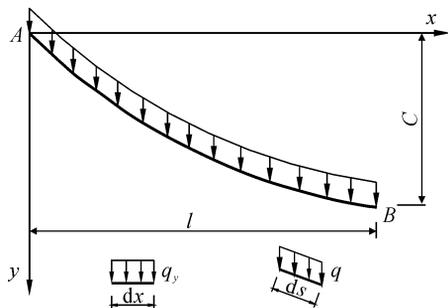


图3 荷载转换图
Fig. 3 Transition of load

将上式代入式(1)，得

$$Hd^2y/dx^2 + q \sqrt{1 + (dy/dx)^2} = 0.$$

积分求解并根据边界条件可得

$$y = \frac{H}{q} [\text{ch} \alpha - \text{ch}(\frac{2\beta}{l}x - \alpha)].$$

当 AB 位于水平方向时， $c = 0$ ， $\alpha = \beta = ql/2H$ ，则有

$$y = [\text{ch} \alpha - \text{ch}(xq/H - \alpha)] H/q.$$

若给定跨中垂度为 f ，即当 $x = l/2$ 时， $y = f$ ，则可得 $y = (\text{ch} \alpha - 1) H/q$ 为一悬链线方程。当索较平坦时，如当 $f/l < 0.1$ 时，两端点位置相同且跨中垂度相同的抛物线与悬链线几乎是重合的，因而可以用较简单的抛物线代替较复杂的悬链线。

2.3 悬索终态问题求解

悬索实际计算问题的一般模式为：给定一初始状态，在此状态中，悬索承受荷载 q_0 ，位置 y_0 和内力 H_0 均已知，求荷载产生增量 Δq ，即荷载在最终状态成为 $q = q_0 + \Delta q$ 时，悬索的位置 y 与内力 H 。悬索的平衡微分方程及其解虽然建立了某一特定状态的 q 、 y 与 H 三者的关系，但是并未考虑状态的变化问题，因而无法解决终态受力和位置的求解。

要求解 y 与 H 这2个未知量，只有一个平衡方程是不够的，必须补充一个悬索由初始状态过渡到最终状态过程中，反映内力与位移变化关系的变形协调方程。

2.3.1 内力与位移变化关系的变形协调方程

如图4所示，悬索初始位置为 AB ，最终位置为 $A'B'$ ，左、右两端位移分别为 u_1, v_1 和 u_r, v_r 。现考察初始状态悬索中任一微段 mn ，其长度为 ds_0 ，在最终状态其位置为 $m'n'$ ，长度变为 ds ，由几何关系知

$$f_0 = q_0 l^2 / 8H_0. \quad (15)$$

$$f = ql^2 / 8H. \quad (16)$$

将式(15)和(16)代入(14)可得

$$H - H_0 = \frac{EAl^2}{24} \left(\frac{q^2}{H^2} - \frac{q_0^2}{H_0^2} \right). \quad (17)$$

即是均布荷载作用下求解悬索内力水平分量的三次方程. 对于小垂度悬索桥 ($f/l < 0.1$) 可近似的采用 $T = H$.

2.3.4 悬索内力计算 取一根悬索进行计算, 从文献[4]知, 一根 $\Phi 31$ 钢丝绳的截面积 $A = 358 \text{ mm}^2$, 弹性模量 $E = 160 \text{ GPa}$.

①初始状态索力计算

恒载集度为 $q_0 = 0.034 + 0.086 = 0.12 \text{ kN/m}$.

$$\text{初始索力 } H_0 = \frac{q_0 l^2}{8f} = \frac{0.12 \times 135 \times 135}{8 \times 3.5} = 78 \text{ kN}.$$

②最终状态索力计算

由于缺少实测资料, 人群荷载横向分布系数偏安全的取为0.4, 故 $q = q_0 + \Delta q = 0.12 + 0.4 \times 2 = 0.92 \text{ kN/m}$, 将上述值代入式(17), 经整理可得

$$H^3 + 24.95 H^2 - 36\ 815\ 861 = 0.$$

将此方程改写成迭代形式

$$H = \sqrt[3]{36\ 815\ 861 / (H + 24.95)}.$$

先根据 H 估计一个初值代入上式试算, 经几轮迭代后, 即可求得 $H = 295 \text{ kN}$.

悬索的张拉破断力为 $F = 555 \text{ kN}$, $F/H = 555/295 = 1.88 > 1.5$ 故悬索受力是安全的.

3 结束语

(1) 给出的悬索线形方程及终态内力确定的

方法运用于岩门悬索桥的设计, 重新设计的索桥于2003年5月通行以来没有任何安全问题.

(2) 广西为丘陵型地貌, 在山区中, 为方便人们通行, 修建了许多像岩门索桥这种施工简单又经济的人行索桥. 但这些人行索桥没有明确的计算方法, 依经验取值的情况较多. 本文的小垂度 ($f/l < 0.1$) 悬索的计算适于这种山区的人行索桥的计算, 计算方法简单易懂, 易于掌握.

(3) 初始状态会影响悬索最终状态的受力. 当跨径和荷载确定后, 初始垂度 f_0 会影响到初始索力 H_0 从而影响悬索最终状态的索力. 初始垂度 f_0 越大, 最终状态的索力 H 越小. 可据此调整悬索的内力.

(4) 在施工中, 只要用测力计确定初始索力达到设计值, 即可控制在恒载作用下的初始垂度达到设计值及悬索初始线形的正确. 从而保证在人群荷载作用下最终状态的索力不超过设计值, 保证索桥的安全.

参考文献

- [1] 杨文渊. 桥梁施工工程师手册 [M]. 北京: 中国交通出版社, 2001, 258.
- [2] JTJ 025-86, 公路桥涵钢结构及木结构设计规范 [S].
- [3] 雷俊卿. 悬索桥设计 [M]. 北京: 中国交通出版社, 2002. 86-97.
- [4] 毛端祥, 程翔云. 公路桥涵设计手册基本资料 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1997. 845.

Cable calculation of Yanmen suspension bridge

LU Chun-ling^{1,2}, WANG Qiang¹, DENG Kang-cheng¹

(1. Department of Civil Engineering, Guilin Institute of Technology, Guilin 541004, China; 2. Institute of Bridge and Structure Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

Abstract: With the method of structural mechanics, the general equation is developed for the first and final state force analysis for cable of small catenary suspension bridge ($f/l < 0.1$). Example with this method in the design of the cable of Yanmen suspension bridge in Longsheng County is shown. Practice has proved its safety and good results. Moreover, this method can be widely used in the design of walk-only suspension bridge in mountainous area. It has the advantages of simple in calculation and easy for learning, with good practical value.

Key words: small catenary cable bridge; linetype equation; mechanical analysis