维普资讯 http://www.cqvip.com

第20卷 第1期
2000年1月

桂林工学院学报
JOURNAL OF GUILIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Vol.20 No.1
Jan. 2000

文章编号 1006－544X(2000)01－0026－05

空间结构的简化计算——独柱法

姜 宏

（桂林工学院土木工程系，广西桂林 541004）

摘 要 提出了一种计算高层框架结构内力与位移的新方法——独柱法，试将结构分成许多通长的带有外伸梁的柱子，即所谓“独柱子结构”，再加以适当的简化，使位移未知量大大减少，计算速度加快，但其计算结果与分层法计算结果的比较是高矩 M_b 相对误差较大（约15%），有待进一步分析其原因并改进。

关键词 空间结构；简化计算；独柱法

中图分类号 TU973.23；TU311.4 **文献标识码** A

目前，国内外高层建筑总的发展趋势是：层数增加，高度加大，体型更加复杂，结构更为新颖。高层建筑结构体系经历了简单到复杂，从平面到空间发展过程，近年来，筒体结构广泛使用，结构平面日趋复杂，已不能再将结构划分为若干平面单元来计算，传统的三维空间有限元法未知量很大，一般简化计算方法只适用于平面结构，且精度很低。

本文谋求一种新的近似计算方法，以恰当的简化，处理具有复杂性的空间结构计算问题，计算速度快，占用内存少，可用计算机解决空间结构计算问题。

1 独柱法计算空间结构

结构的空间计算，重点是处理水平荷载（风载或地震水平作用）独柱法即专门处理水平荷载[1]。

1.1 基本假定

（1）假定梁的反弯点在跨度中点，且无竖向位移。（2）忽略一般柱的轴向变形 X，仅考虑角柱轴向变形的影响。（3）楼板在自身平面内刚度无穷大。（4）忽略非薄壁杆件的扭转刚度[1]。以框筒为例，一般柱、角柱、邻角柱的规定见图1。

1.2 独柱法子结构的侧移刚度矩阵

将结构沿梁的跨度中点切开，由于跨中是反弯点且无竖向位移，将得到许多通长的带有外伸梁的柱子见图2，即所谓“独柱”。独柱上梁的数目各方向可以任意，但均一端固结于独柱，另一端简支。

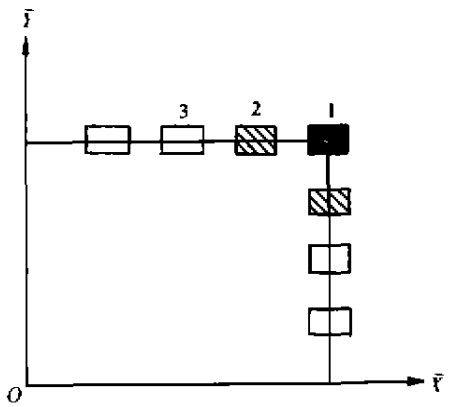


图1 角柱、邻角柱、一般柱的规定

Fig.1 Corner column, neighbouring corner column and general column

1—角柱；2—邻角柱；3—一般柱

（1）一般柱的刚度分析。柱每层结点有4个位移 u_x, u_y, θ_x, θ_y。其中：u_x、u_y—X 和 Y 方向的水平

1999－07－05 收稿，1999－09－08 改回。

作者简介：姜 宏（1959－），女，陕西西安人，高级讲师，工民建专业。

维普资讯 http://www.cqvip.com

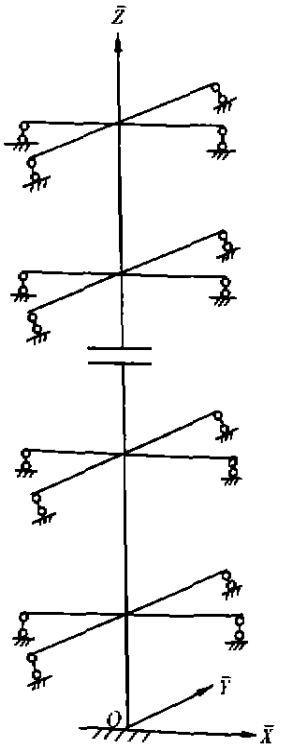


图2 带有外伸梁的“独柱”

Fig.2 Displacement of freestanding column

位移；θ_x，θ_y— 绕 X 和 Y 轴的转角。

全柱共 n 层，有 $4n$ 个位移分量

$$\begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [u_{x1}, u_{y1}, u_{x2}, u_{y2}, \cdots, u_{xn}, u_{yn}] \\ [\theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{x2}, \theta_{y2}, \cdots \theta_{xn}, \theta_{yn}] \end{Bmatrix} \quad (1)$$

相应的刚度方程为：

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\theta} \\ K_{\theta u} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} \quad (2)$$

(2) 式中各分块矩阵均为方阵，为结点水平荷载列阵，$|M| = 0$ 为结点力偶荷载。用一般缩聚矩阵的方法可得

$$[K^*] \times |u| = |P| \quad (3)$$

$$[K^*] = [K_{uu}] - [K_{u\theta}] \times [K_{\theta\theta}]^{-1} \times [K_{\theta u}] \quad (4)$$

$[K^*]$ 为一般柱的侧移刚度阵。

2 角柱的刚度分析

角柱尚需考虑柱本身的轴向变形 w，每层结点有 5 个位移，全柱有 $5n$ 个位移分量。

$$\begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ w \end{Bmatrix} = [u_{x1}, u_{y1}, \cdots, u_{xn}, u_{yn} \mid \theta_{x1}, \theta_{y1}, \cdots, \theta_{xn}, \theta_{yn} \mid w_1 \cdots w_n]^T \quad (5)$$

相应的刚度方向为：

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\theta} & K_{uw} \\ K_{\theta u} & K_{\theta\theta} & K_{\theta w} \\ K_{wu} & K_{w\theta} & K_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ M \\ Z \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式中：K_{uu}，$K_{u\theta}$，$K_{\theta\theta}$ 为方阵；k_{uw}，$K_{\theta w}$ 为 $2n \times n$ 矩阵；K_{ww} 为 $n \times n$ 方阵，$|z| = 0$ 为结点竖向荷载。

用缩聚矩阵的方法可得

$$[K^*]|u| = |P| \quad (7)$$

$$[K^*] = [K_{uu}] - [K^* u_\theta]^{-1}[K_{\theta u}] \quad (8)$$

$$[K_{\theta\theta}{}^*] = [K_{\theta\theta}] - [K_{\theta w}][K_{ww}]^{-1}[K_{w\theta}] \quad (9)$$

式中：$[K^*]$ 为角柱的侧移刚度阵，同时可得：

$$[w] = [K_{ww}]^{-1} - [K_{w\theta}][K^*_{\theta\theta}]^{-1}[K_{w\theta}]|u| \quad (10)$$

将(10)式简写为 $[w] = [A]|u|$，可见有 $|u|$ 即可求出 $|w|$。

2.1 邻角柱的刚度分析

邻角柱自身的位移 $[u, \theta]^T$ 及紧邻的角柱的竖向位移 $|w_A|$，都将引起弹性抗力，加以适当的处理，其刚度方程如下：

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\theta} & K_{uw} \\ K_{\theta u} & K_{\theta\theta} & K_{\theta w} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ w_A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} \quad (11)$$

采用缩聚的方法，并注意到第 (10) 式的关系，可得：

$$[K^*]|u| + [K_A]|u_A| = |P| \quad (12)$$

$$[K^*] = [K_{uu}] - [K_{u\theta}][K_{\theta\theta}]^{-1}[K_{\theta u}] \quad (13)$$

$$[K_A] = -[K_{u\theta}][K_{\theta\theta}]^{-1}[K_{\theta w}][A] \quad (14)$$

邻角柱的侧移刚度由两部分组成，$[K^*]$ 对应于邻角柱的 $[u]$，$[K_A]$ 对应于角柱的 $[u]$，体现了角柱轴向变形对邻角柱的影响。

2.2 薄壁杆件的刚度分析[2]

不计轴向变形的影响，每层结点有 6 个位移 u_x，u_y，θ_x，θ_y，θ_Z，，θ'_Z。其中：θ_Z— 绕 Z 轴的转角；θ'_Z— 翘曲角。全柱共有 $6n$ 个位移。

$$\begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = [u_{x1}, u_{y1}, \theta_{z1}, \cdots, u_{xn}, u_{yn}, \theta_{zn} \mid \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta'_{x1}, \cdots, \theta_{xn}, \theta_{yn}, \theta'_{zn}]^T \quad (15)$$

相应的刚度方程为

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\theta} \\ K_{\theta u} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} \quad (16)$$

采用缩聚的方法，可得：

$$[K_B{}^*]|u| = |p| \quad (17)$$

维普资讯 http://www.cqvip.com

$$[K_B^*] = [K_{uu}] - [K_{u\theta}][K_{\theta\theta}]^{-1}[K_{\theta u}] \quad (18)$$

$[K_B^*]$ 为薄壁杆件的抗侧刚度矩阵。

3 整体刚度方程

当结构每层有位移 $[U_x, U_y, \theta]^T$ 时，各独柱将得到自己的位移为 $[u_x, u_y]^T$ 或 $[u_x, u_y, \theta_z]^T$（薄壁柱），分别讨论如下。

3.1 一般柱与角柱

独柱和坐标为 $\bar{x}$、$\bar{y}$，每层由于 $[U_x, U_y, \theta]^T$ 将获得位移 $[u_x, u_y]$，见图 3。

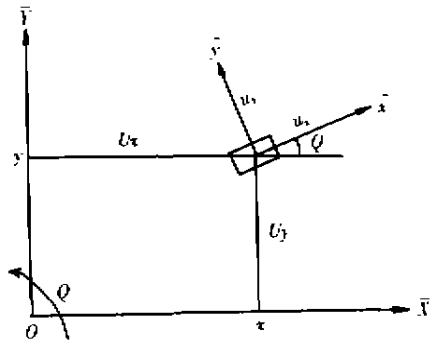


图 3 独柱的位移

Fig.3 freestanding column extended

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & x\sin\alpha & -y\cos\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & x\cos\alpha & y\sin\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta \end{Bmatrix} = [t] \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (19)$$

若第 i 根独柱有几层，其局部坐标下的位移 $\{u_i\}$ 与整体坐标下的位移有如下关系：

$$\{u_i\} = \begin{bmatrix} t_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & t_n \end{bmatrix} \{\delta\} = [T_i]\{\delta\} \quad (20)$$

式中：

$$\{u_i\} = [u_{x1}, u_{y1}, \cdots, u_{xn}, u_{yn}]^T \quad (21)$$

$$\{\delta\} = [u_{x1}, u_{y1}, \theta_1, \cdots, u_{xn}, u_{yn}, \theta_n]^T \quad (22)$$

相应的，当柱子有弹性抗力 $\{P_i\}$ 时，简化到整体坐标原点，体系将获得抗力 $\Delta\{P\}$。

$$\Delta\{P\} = [T_i]^T\{P_i\} = [T_i]^T[K_i^*][T_i]\{\delta\} \quad (23)$$

3.2 邻角柱

由 (12) 式已知：

$$\{P_t\} = [K_i^*]\{u_i\} + [K_A]\{u_A\} = [K_i^*][T_i]\{\delta\} + [K_A][T_A]\{\delta\} \quad (24)$$

故：

$$\Delta\{P\} = [T_i]^T\{[K_i][T_i] + [K_A][T_A]\}\{\delta\} \quad (25)$$

3.3 薄壁柱

薄壁柱局部坐标的 $[u_x, u_y, \theta]^T$ 与整体坐标下位移 $[u_x, u_y, \theta]^T$ 有如下关系：

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & x\sin\alpha - y\cos\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & x\sin\alpha + y\cos\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta \end{Bmatrix} = [t_B] \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (26)$$

由此可得

$$\{u_{Bk}\} = \begin{bmatrix} t_B & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & t_B \end{bmatrix} \{\delta\} = [T_{Bi}]\{\delta\} \quad (27)$$

$$\Delta\{P\} = [T_{Bi}]^T\{[K_{Bk}][T_{Bi}]\}\{\delta\} \quad (28)$$

3.4 整体刚度方程

各独柱水平抗力的总和将与外荷载 $\{P_\alpha\}$ 平衡，即：

$$\Sigma\Delta\{P\} = \{P_\theta\} \quad (29)$$

综合 (23)、(25)、(28) 式得：

$$\sum_i [T_i]^T[K_i^*][T_i] + \sum_j [T_t]^T[K_A][T_A] + \sum_k [T_{Bk}]^T[K_{Bi}][T_{Bi}]\}\{\delta\} = \{P_\theta\} \quad (30)$$

式中：$\sum_i$ 为所有非薄壁柱抗力的集合；$\sum_j$ 为邻角柱受角柱轴向变形影响的附加抗力的集合；$\sum_k$ 为薄壁柱抗力的集合。

将式(30) 简写为 $[K]\{\delta\} = \{P_\theta\}$

$[K]$ 即为整体结构的抗侧移刚度阵，为 $3n \times 3n$ 方阵，n 为结构层数。有了刚度方程式，不难求出 $\{\delta\}$，进而求各独柱的位移和内力。

4 动力特征计算

(30) 式求出了整体结构的抗侧刚度阵，据此可以建立动力方程

$$[K]\{\boldsymbol{X}\} = -[\boldsymbol{M}]\{\ddot{\boldsymbol{X}}\} \quad (31)$$

用一般求特征向量的方法，即可求出自振周期及相应的振型向量。

5 计算实例

把独柱法和分层子结构方法编成微机程序，进行计算。

例：20 层框筒（图 4）梁截面 350 mm × 800

维普资讯 http://www.cqvip.com

mm，层高 3 m，顶层作用水平偏心力 $P=2000$ kN，柱距 3.3 m，除角柱截面为 900 mm × 900 mm，其余截面均为 500 mm × 900 mm[3]。

计算结果（表 1、表 2）表明，独柱法的计算结果与分层子结构方法的结果基本相符。这说明独柱法的基本假定是合理的，符合实际。但二者高矩 M_b 计算结果相对误差较大，为 15% 左右，有待寻找原因，加以改进。

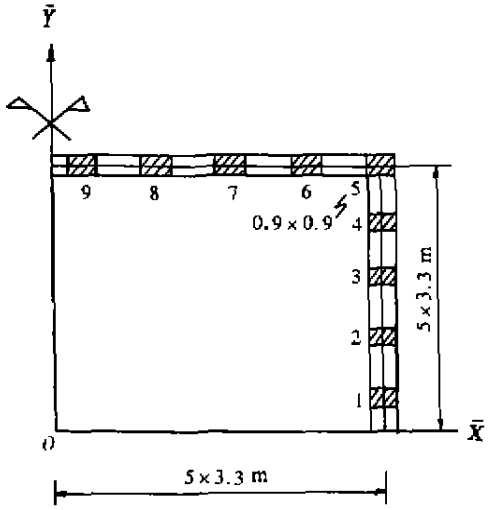


图 4　结构平面布置

Fig. 4　plan of structure

表 1　侧移和转角

Table 1　Transnational movement and rotation

层号	独柱法		分层法		相对误差	
	U/mm	θ/‰	U/mm	θ/‰	U/%	θ/‰
1	0.459	0.016	0.465	0.016	1	0
2	1.264	0.043	1.284	0.043	2	0
3	2.148	0.072	2.191	0.071	2	1
4	3.059	0.102	3.133	0.100	2	2
5	3.986	0.132	1.096	0.129	3	2
6	4.923	0.162	5.077	0.158	3	2
7	5.872	0.192	6.074	0.187	3	3
8	6.832	0.223	7.085	0.216	4	3
9	7.798	0.254	8.109	0.245	4	4
10	8.774	0.285	9.144	0.274	4	4
11	9.760	0.316	10.190	0.303	4	4
12	10.755	0.348	11.244	0.332	5	5
13	11.759	0.380	12.306	0.361	5	5
14	12.771	0.412	13.375	0.390	5	5
15	13.792	0.445	14.405	0.419	4	6
16	14.821	0.478	15.529	0.448	5	6
17	15.858	0.511	16.611	0.476	5	7
18	16.896	0.544	17.691	0.506	5	7
19	17.909	0.576	18.747	0.533	5	7
20	18.797	0.604	19.695	0.557	5	8

表 2　第 5 根柱 M_X

Table 2　Fifth column M_X　　kN·m

层号	独柱法		分层法		相对误差	
	M_a	M_b	M_a	M_b	M_a/%	M_b/%
1	−125.6	−9.3	−126.9	−4.3	1	54
2	−63 7	−34.7	−62.3	−29.1	2	16
3	−48.5	−38.4	−47.1	−32 8	3	15
4	−43.1	−37 8	−41.4	−32.2	4	15
5	−40.3	−36.5	−28.3	−30.9	5	15
6	−38.5	−35.3	−36.3	−29.8	6	16
7	−37.1	−34.4	−34.7	−29.0	6	16
8	−36.1	−33.6	−33.5	−28.3	7	16
9	−35.3	−33.1	−32.5	−27.9	8	16
10	−34.5	−32.6	−31.7	−27.6	8	15
11	−34.2	−32.2	−31.0	−27 4	9	15
12	−33.8	−32.0	−30.4	−27.3	10	15
13	−33.6	−31.8	−30.0	−27.3	11	14
14	−33.4	−31.7	−29.6	−27.3	11	14
15	−33.3	−31.7	−29.6	−27.3	12	14
16	−33.2	−31.8	−29.1	−27.4	12	14
17	−33.0	−32.2	−28.8	−27.6	13	14
18	−32.4	−33.3	−28.1	−28.1	13	16
19	−30.3	−41.4	−26.6	−37.0	12	11
20	−15.0	−40.8	−11.9	−31 0	21	24

由于采用了恰当的简化，独柱法的计算速度大大加快。本文实例用分层子结构方法计算，在计算机上需用 2h，而独柱法仅需 18 min。独柱法的总刚度阵为 $(3n)^2$，n 为层数，对于 30 层的建筑，刚度阵只有 90×90，一般计算机都能操作。

参 考 文 献

[1] 包世华，方鄂华．高层建筑结构设计［M］．北京：清华大学出版社，1985．101－106

[2] 李为鉴．杆件结构计算原理及应用程序［M］．上海：上海科学出版社，1992．166－169

[3] 龙驭球，包世华．结构力学［M］．北京：人民教育出版社，1979．142－145

维普资讯 http://www.cqvip.com

SIMPLIFIED CALCULATING METHOD FOR SPACE STRUCTURE—FREESTANDING COLUMN

Jiang Hong

(*Department of Civil Engineering, Guilin Institute of Technology* 541004)

Abstract A new method to calculate the internal forces and displacements of high－rise frame structure, freestanding column is presented. According to this method, the oriented structure is defamed as many continual columns with extending beams, so called as the freestanding column structure. After appropriate simplification, displacement variables can be greatly reduced, calcula-tion is speeded up, compared with the calculating result of separating floor, comparative error of M_b of freestanding column is bigger (by fifteen percent). The reason needs to be explored so as to improved this method.

Key words space structure; simplified calculation; freestanding column

《旅游扶贫——功能·条件·模式·经验》出版征订

由桂林工学院经济管理与旅游系蔡雄、连漪、程道品、白丁合著的《旅游扶贫——功能·条件·模式·经验》一书，于 1999 年 12 月由中国旅游出版社出版。

该书是国家社会科学基金资助出版的系统研究“旅游扶贫”专著，由国家旅游局局长何光玮、广西旅游局局长陈听正题词，中国旅游管理干部学院副院长王洪滨教授作序。全书 6 章 25 节，33 幅彩照，约 20 万字，大 32 开，图文并茂。

该书理论密切联系实际，通过对河北、新疆、甘肃、陕西、安徽、湖南、广西、贵州等 8 省（区）25 县（市）旅游资源比较丰富的贫困地区的调查，以通俗的语言、翔实的资料，论述了旅游扶贫的国内外旅游环境、6 大功能、4 个条件；总结了旅游扶贫的 4 个模式、7 项经验与对策等问题；还有 18 篇典型的调查报告。该书经学术委员会评审，具有开拓创新性、科学性、实用性等特点，在全国同类研究成果中处于领先水平，为国家和各级政府部门扶贫攻坚提供了重要的决策依据，对旅游资源丰富的贫困地区脱贫致富具有普遍的指导意义和推广价值。读者对象：各级政府部门、旅游部门、旅游资源丰富的贫困地区有关人员以及旅游大、中专院校师生、相关培训班学员和广大的旅游爱好者。每册定价 18 元，另加 15% 的邮寄费。10 册以上免收邮寄费，多订优惠。

欲订购者，请与桂林工学院经旅系白丁（电话：（0773）5815621－5291），程道品（电话（0773）5815621－5337）联系。

邮局汇款：广西桂林市建干路 12 号桂林工学院经旅系白丁、程道品收，邮编：541004

银行汇款：户名：桂林工学院；开户行：桂林市工商行东江分理处；帐号：07221003730