

控制网二类优化设计实用模型

文鸿雁 姜德国

(桂林工学院土木工程系 541004)

摘要 给出了控制网二类优化设计的一种修正模型。计算结果表明该模型进行控制网二类优化设计时,控制网精度得到优化,控制网的可靠性较好,并能使同一测站的各方向的测回数相等。与其它模型相比具有较好的实用性。

关键词 二类优化设计;精度;可靠性

分类号 P207

控制网的优化设计就是在限定精度、可靠性和费用等质量指标下寻求控制网目标函数极值^[3]。将设计内容分为^[3,4]:基准选择问题(零类设计);结构图形设计(一类设计);观测值权分配问题(二类设计);旧网改造或加密方案设计(三类设计)。目前研究主要集中在零类设计和二类设计方面^[3,5]。二类优化设计即精度约束。主要的优化准则有^[3,4]:

D 优化: $\det Q_x = \min$ (1)

A 优化: $\text{tr} Q_x = \min$ (2)

E 优化: $\lambda_{\max} = \min$, λ_{\max} 为 Q_x 最大特征值 (3)

F 优化: 特定函数 $F = GX$; $\text{tr} Q_F = \min$ (4)

由于可靠性在数据处理时对粗差的探测和定位是极重要的一个因素,所以人们提出在顾及精度同时考虑到控制网各观测值可靠性^[5]。但是,目前出现一些方法在三角网设计中同一测站各方向观测不等权,使设计各方向测回数不同,而使设计方案难以实施。本文提出一种二类优化设计修正模型,同一测站各方向测回数相同,从而使控制网精度得到优化,并便于具体实施。

1 二类优化设计几种模型

1.1 顾及精度与经济指标权优化模型

设平差模型为 $L + V = AX$ (5)

X 最小二乘估计为^[1]: $X = -(A^T P A)^{-1} A^T P L$ (6)

$$Q_x = (A^T P A)^{-1} = H^T P^{-1} H$$

式中 $H = P A (A^T P A)^{-1}$ 。采用(2)式 A 优化模型为 $\text{tr} Q_x = \min$

观测值独立时,即 $\sum_{i=1}^n P_i^{-1} h_i^T h_i = \min$ (7)

1997年12月30日收稿,1998年4月16日改回。

第一作者简介:文鸿雁,男,1963年出生,硕士,副教授,工程测量专业。

h_i 为 H 阵第 i 列向量。

为使权收敛, 引入约束 $\sum_{i=1}^n P_i = C$ (正常数), 应用条件极值得到最优解为^[1]

$$P_i = C \sqrt{h_i^T h_i} / \sum_{i=1}^n \sqrt{h_i^T h_i} \quad (8)$$

以上称模型 1。

1.2 顾及可靠性指标与精度指标权优化模型

间接平差 L_i 的多余观测分量为:

$$r_i = 1 - (AN^{-1}A^T)_{ii} P_i = 1 - \alpha_i P_i \quad (9)$$

令 $\bar{r} = r/n, \quad \bar{t} = 1 - \bar{r} \quad (10)$

在理想状态下, 有 $1 - \alpha_i P_i = \bar{r}$ 或 $(1 - \bar{r}) / P_i = \alpha_i \quad (11)$

即 $\bar{t} / P_i = \alpha_i$

实际应用中难以达到理想状态, 故建立如下优化模型^[4]:

$$\sum_{i=1}^n (\bar{t} / P_i - \alpha_i)^2 = \min \quad (12)$$

(12) 式引入如下约束: $\sum_{i=1}^n P_i^{-1} h_i^T h_i = b \quad (13)$

b 为预期 $\text{tr}Q_x$ 值, 或为 m^2 / σ_0^2 , 或者由模型 1 计算的 $\text{tr}Q_x$ 值。

则构成拉格朗日条件极值为 $\varphi = \sum_{i=1}^n (\bar{t} / P_i - \alpha_i)^2 - 2\mu (\sum_{i=1}^n P_i^{-1} h_i^T h_i - b) \quad (14)$

求 $\partial\varphi/\partial P_i = 0$ 得: $1/P_i = u h_i^T h_i / \bar{t}^2 + \alpha_i / \bar{t} \quad (15)$

(15) 式代入 (13) 式得:

$$u = (b\bar{t}^2 - \bar{t} \sum_{i=1}^n (h_i^T h_i \alpha_i)) / \sum_{i=1}^n (h_i^T h_i)^2 \quad (16)$$

将 (16) 式代入 (15) 式得:

$$\frac{1}{P_i} = \frac{\left\{ b - \sum_{i=1}^n (h_i^T h_i \alpha_i) / \bar{t} \right\} (h_i^T h_i)}{\sum_{i=1}^n (h_i^T h_i)^2} + \frac{\alpha_i}{\bar{t}} \quad (17)$$

以上简称为模型 2。

1.3 顾及精度与经济指标权优化修正模型

由模型 (8) 式和模型 (17) 式求出同一站各观测方向或边长权必然不相等, 即同一台仪器观测同一站各方向测回数不等, 在实际应用中难以实施, 下面对 (8) 进行修正:

设第 K 站各方向的权总和为 P_K , 共 N_K 个方向, 即:

$$P_K = \sum_{j=1}^{N_K} P_{Kj}, \quad \text{式中 } P_{Kj} \text{ 为 } Kj \text{ 方向的权,}$$

如同测站各方向权相等: $P_{Kj} = P_K / N_K \quad (18)$

设共 S 站, 则有:

$$\text{tr}(Q_{xx}) = \sum_{i=1}^n (h_i^T h_i) / P_i = \sum_{K=1}^{St} \left\{ \sum_{j=1}^{N_K} (h_{Kj}^T h_{Kj}) / P_{Kj} \right.$$

上称 $\quad \quad \quad = \sum_{K=1}^{St} \left\{ \sum_{j=1}^{N_K} (h_{Kj}^T h_{Kj}) \right\} \cdot N_K / P_K = \min \quad (19)$

增加约束 $\quad \quad \quad \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{K=1}^{St} P_K = C \quad (20)$

则建立极值函数为

$$\varphi = \sum_{K=1}^{St} \left\{ \sum_{j=1}^{N_K} (h_{Kj}^T h_{Kj}) \cdot N_K / P_K + u \left(\sum_{K=1}^{St} P_K - C \right) \right. \quad (21)$$

由 $\quad \quad \quad \partial \varphi / \partial P_K = 0$

$$\sum_{j=1}^{N_K} (h_{Kj}^T h_{Kj}) \cdot N_K / P_K^2 + u = 0$$

$$1 / P_K = \sqrt{u / \left(N_K \sum_{j=1}^{N_K} h_{Kj}^T h_{Kj} \right)} \quad (22)$$

上代入 $\sum_{K=1}^{St} P_K = C$ 约束条件

$$\sqrt{u} = \sum_{K=1}^{St} \sqrt{N_K \sum_{j=1}^{N_K} h_{Kj}^T h_{Kj} / C} \quad (23)$$

$$P_K = \sqrt{N_K \sum_{j=1}^{N_K} h_{Kj}^T h_{Kj} C / \sum_{K=1}^{St} \sqrt{N_K \sum_{j=1}^{N_K} h_{Kj}^T h_{Kj}}} \quad (24)$$

$$P_{Kj} = P_K / N_K$$

式中 $\quad \quad \quad K = 1, 2, \dots, St; j = 1, 2, \dots; P_{Kj}$ 为 K 站 j 方向权。

由以上模型求出各测站的不同方向的权相等，即测回数相等。将上述模型称模型 3。

2 应用实例

图 1 是某测区 IV 等平面控制网经过 I 类优化时设计的网形图。现利用上述 3 种模型进行二类优化设计，得到优化结果比较如下：

(1) 三个模型优化效果显著。按优化前 $\text{tr}(Q_{xx}) = 64.2883$ 三个模型优化之后分别降为 44.5098, 50.1856, 51.6507, 优化效益分别为 31%, 22%, 20%。

(2) 经过优化之后点位精度明显提高。三个模型对最大点位误差分别降低 0.6~1.0cm, 模型 1、2、3 使最大的点位误差降低了 21%, 14%, 12%, 平均每点降低了 0.6cm、0.4cm、0.4cm, 每点点位误差平均降低了 17%, 12%, 11%。

从以上比较看出，从精度方面考虑模型 1 优于模型 2 和模型 3。模型 2 与模型 3 相当。

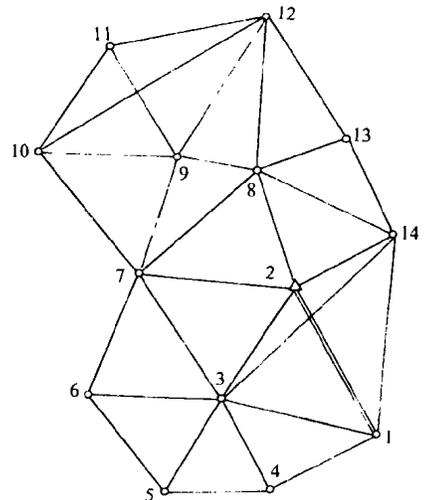


图 1 某测区 IV 等控制网

Fig. 1 An IV-order control network

(3) 控制网发现某一模型误差的能力称网的内可靠性。

L_i 内可靠性指标为:

$$R_i = \hat{\sigma}_0 / \sqrt{r_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

不可发现的模型误差对未知数 \hat{x} 的影响称为控制网的外部可靠性。 L_i 的外部可靠性指标为:

$$R_i = \hat{\sigma}_0 \sqrt{(1 - r_i) / r_i} \quad (26)$$

目前一般认为^[4]:

$R_i < 5$ 内可靠性好; $5 \leq R_i \leq 10$ 内可靠性一般; $R_i > 10$ 内可靠性差。

对外可靠性一般认为:

$R'_i < 3$ 外可靠性好; $3 \leq R'_i \leq 8$ 外可靠性一般; $R'_i > 8$ 外可靠性差。

计算结果显示模型 2 的内可靠性和外可靠性最好, 而模型 1 与 3 内可靠性相当, 模型 3 的外可靠性优于模型 1。

(4) 成本费用及应用比较。从各方向权总和比较, 模型 1 与 3 方向权总和 62.0, 而模型 2 方向权总和为 72.4。故模型 1、3 成本费用低。

从实用方面比较, IV 等平面网每一方向观测 6 个测回为单位权观测, 模型 1、模型 2 同一测站不同方向测回数不相等, 有些甚至相差较大, 如模型 1 测站 2 各方向观测最多测回数为 29, 最小为 7, 模型 2 的测站 3 最长达 11 测回, 最小达 5 测回。所以应用于实际中难以实施。而模型 3 则较好地解决了这一问题, 模型 3 的同一测站的各方向观测权相等, 故同测站各方向测回数相同。模型 3 的实用性最优。

通过比较可以看出, 本文提出的修正模型 3 成本费用、应用性与模型 1、2 相比较优, 或相近, 而精度和可靠性介于模型 1 和模型 2 之间。其最大特点便于实施, 且与现有的测量规范能较好地符合, 故是一种较好的实用模型。

参 考 文 献

- 1 高 杨. 观测方案优化的一种实用方法. 测绘技术, 1987, (2): 8~11
- 2 张炳才. 测量控制网的二类优化新方法. 测绘学报, 1989, (1): 17~21
- 3 陶本藻. 大地控制网优化设计. 测绘通报, 1990, (2): 7~11
- 4 周秋生. 测量控制网的优化设计. 北京: 测绘出版社, 1992
- 5 高 杨. 同时顾及精度和可靠性准则控制网优化设计. 测绘学报, 1987, (3): 232~238

A PRACTICAL MODEL OF SECOND-ORDER OPTIMIZATION DESIGN OF CONTROL NETWORK

Wen Hongyan Jiang Deguo

(Department of Civil Engineering, Guilin Institute of Technology)

Abstract A new correct model for second-order optimization design of control network is gi-

ven in this paper. The precision of network can be optimized, and a good reliability of network can be obtained by using this new model in second-order optimization design in control network, the result that different directions in the same station have the same number of observations can be obtained. The correct model will be more convenient in practical use as compared with other models.

Key words second-order optimization design; precision; reliability

细粒橄榄石晶体影响新生代橄榄玄武岩 K-Ar 定年

作为一种成熟的测年方法, K-Ar 法已经广泛用于火山岩的年代测定。目前, 这一方法正在中国科学家大量工作的基础上, 通过研究讨论, 得到进一步的完善和发展。

近年来, 北京大学地质系穆治国教授等分别对采自黑龙江北部科洛、莲花山和青龙山三座年轻火山的玄武岩样品进行了 K-Ar 定年研究。

发现对晚新生代含橄榄石的玄武岩做 K-Ar 定年时, 不能简单地使用全岩样品, 必须挑出橄榄石晶粒, 否则将导致错误的定年结果。

他们在研究中分别将采自以上地点的全岩样品加以粉碎、过筛, 然后在显微镜下挑出橄榄石斑晶或捕虏体以及其他透明矿物颗粒。进而分别对未挑出橄榄石的全岩样品、已挑出橄榄石的玄武岩样品、被挑出的橄榄石颗粒以及含少量其他透明矿物颗粒的橄榄石样品分别进行常规的 K-Ar 的定年。结果发现, 所有挑出橄榄石晶粒的样品, 均比未挑出橄榄石晶粒的样品年龄轻。这表明, 橄榄石晶粒的存在与否对玄武岩年龄影响很大。

研究认为, 橄榄石斑晶和捕虏晶与其寄主玄武岩不是同一时代的产物, 橄榄石年龄往往比挑出橄榄石的玄武岩年龄老 2~3 个数量级。所以, 橄榄石斑晶和捕虏晶的存在使玄武岩全岩的年龄变老, 就不难理解了。

我国有许多火山和火山岩, 仅晚新生代火山就不下 50 群, 主要分布在东北、华北、东南沿海以及海南岛和西沙群岛, 昆仑山南麓也有出露。这些岩石颗粒细小均匀, 年代新, 故在定年时多采用全岩的 K-Ar 法, 这是目前最常见的对年轻火山岩的定年方法。但使用该方法时, 应充分注意到我国新生代火山岩多以基性为主的特点, 避免橄榄石晶体的存在对全岩定年的影响, 以提高定年的准确性。目前我国已公开发表的新生代火山岩 K-Ar 年龄数据已不下 500 个。这些年龄数据在中国东部油气盆地探查和新构造研究中起着十分重要的作用, 但也有 K-Ar 同位素年龄与野外地质考察矛盾的实例。因此, 该研究成果具有一定的参考价值。

摘自《中国科学报》