

# 整体平差的精度增益

黄杰

(桂林工学院国土开发与测绘系)

**摘要** 讨论了按分级布网原则,若进行整体平差,则使I级网的精度有较大的增益

**关键词** 整体平差; 分级布网; 精度

**中图分类号** P207

## 1 布网的原则

我国控制网的布设,无论是水平网还是水准网,都采用分级布网原则,按I、II、III、IV等4个等级将控制网布满全国。

限于当时的计算技术和条件,采用逐级平差法求得待定点的坐标和高程。即首先进行I等网的平差获得I等点的坐标和高程,再以I等点作为固定来平差II等网,按这样的逐级平差原则直到完成IV等点的平差。

## 2 整体平差的精度增益

设有两级观测值  $L_1, L_2$ , 相应的观测权  $P_1, P_2$  ( $L_1$  为I等观测值,  $L_2$  为II等观测值)。其误差方程为:

$$\begin{cases} V_1 = A_1 X_1 - L_1 \\ V_2 = A_2 X_1 + B_2 X_2 - L_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $X_1$  为I等点的平差参数;  $X_2$  为II等点的平差参数;  $A, B$  为设计矩阵。

若进行一并平差,其法方程式为

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $N_{11} = A_1^T P_1 A_1 + A_2^T P_2 A_2$ ;  $N_{12} = A_2^T P_2 B_2$ ;  $N_{21} = N_{12}^T$ ;  $N_{22} = B_2^T P_2 B_2$ ;  $U_1 = A_1^T P_1 L_1 + A_2^T P_2 L_2$ ;  $U_2 = B_2^T P_2 L_2$ 。

于是

1996年3月5日收稿, 5月17日改回。

作者简介: 黄杰, 男, 1935年出生, 副教授, 大地测量专业。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: I 等点的权逆阵为 $Q_{11}$ ; II 等点的权逆阵为 $Q_{22}$ 。

若采用矩阵约化法, 消去 (2) 式中的 $X_2$ , 得  $\bar{N}_{11}X_1 = \bar{U}_1$  (4)

式中 
$$\begin{cases} \bar{N}_{11} = N_{11} - N_{12}N_{22}^{-1}N_{21} \\ \bar{U}_1 = U_1 - N_{12}N_{22}^{-1}U_2 \end{cases} \quad (4')$$

于是 
$$X_1 = \bar{N}_{11}^{-1}\bar{U}_1 = Q_{11}\bar{U}_1 \quad (5)$$

由(5)式求得的 $Q_{11} = \bar{N}_{11}^{-1}$ 与(3)式中的 $Q_{11}$ 是一致的<sup>[1]</sup>。平差值 $\hat{L}_1$ 的权逆阵为

$$Q_{L_1, L_1} = A_1 Q_{11} A_1^T \quad (6)$$

若单独平差I等网, 其误差方程式为:  $V_1 = A_1 X'_1 - L_1$  (7)

组成法方程 
$$\begin{cases} (A_1^T P_1 A_1) X'_1 = A_1^T P_1 L_1 \\ X'_1 = (A_1^T P_1 A_1)^{-1} A_1^T P_1 L_1 = Q'_{11} U' \end{cases} \quad (8)$$

式中(7)、(8)中的 $X'$ 表示单独平差 I 等网之参数。这时 I 等点的权逆阵为

$$Q'_{11} = (A_1^T P_1 A_1)^{-1} \quad (9)$$

平差值 $\hat{L}_1$ 的权逆阵为 
$$Q'_{L_1, L_1} = A_1 Q'_{11} A_1^T \quad (10)$$

取矩阵的迹 $\text{tr}(Q)$ , 定义参数的精度增益为

$$\varepsilon_x = \text{tr}(Q'_{11}) / \text{tr}(Q_{11}) \quad (11)$$

平差值的精度增益为:

$$\varepsilon_{L_1} = \text{tr}(Q'_{L_1, L_1}) / \text{tr}(Q_{L_1, L_1}) \quad (12)$$

(11)、(12) 两式求得的 $\varepsilon$ 值, 若 $\varepsilon > 1$ 即表示增益, 若 $\varepsilon < 1$ , 则表示精度损失。

### 3 算 例

今以水准网的平差为例进行讨论: 设水准网如图 1, 将水准路线简化后见图 2。

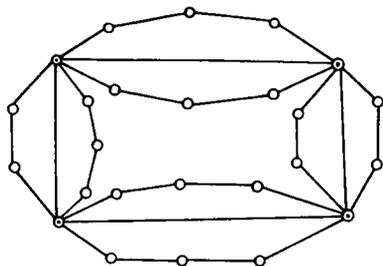


图1 水准网分级布网

Fig.1 First order and secondary leveling network

●—I 等点; ○—II 等点

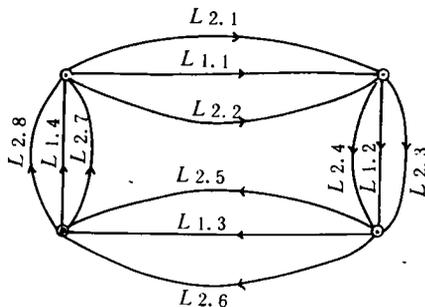


图2 等权路线

Fig.2 Sketch of leveling lines of equal-weight

$L_{1i}$  表示 I 等水准路线;  $L_{2i}$  表示 II 等水准路线, 并假定简化路线均为等长。

按我国大地测量法式: I 等水准测量观测精度不低于  $2\sqrt{L(\text{km})}$  (mm 为单位, 下同); II 等水准测量观测精度不低于  $4\sqrt{L(\text{km})}$ 。于是求得

$$P_1 = 1, \quad P_2 = \frac{1}{4}$$

经计算: 统一平差求得  $\text{tr}(Q_{L_1L_1}) = 2$ , 单独平差 I 等网, 求得  $\text{tr}(Q'_{L_1L_1}) = 3$

精度增益  $\varepsilon_{L_1L_1} = \text{tr}(Q'_{L_1L_1}) / \text{tr}(Q_{L_1L_1}) = \frac{3}{2} = 1.5$

## 4 结 论

从算例看出, 整体平差的精度增益是显著的。为了提高网的精度, 在全国水准网平差时, 有必要将 I、II 等网进行整体平差。为了达到整体平差的严密结果, 而又不增加计算工作量, 建议采用分组的处理方法。有关该法的原理和方法, 参见文献[2], 此处不再赘述。此外, 文献[3]从相关观测的广义性质给出了更为简单的分组平差程序。

## 参 考 文 献

- 1 黄杰. 关于相关观测的整体性问题. 测绘技术, 1989 (3): 8~12
- 2 於宗俦, 于正林. 测量平差原理. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1990. 214~224
- 3 黄杰. 论相关观测的广义性. 桂林工学院学报, 1996(2): 185~190

# PROMOTING THE PRECISION BY COMBINED ADJUSTMENT

Huang Jie

(Department of Land Development and Surveying and Mapping,

Guilin Institute of Technology)

**Abstract** The principles of designing controlling networks by orders are discussed. The precision of the first-order controlling network will be promoted, if the combined adjustment is carried off, and the precision will be decreased, if adjustments are made order by order.

**Key words** combined adjustment; design of controlling network by orders; precision