自校正抗差估计法

文鸿雁

(桂林工学院国土开发与测绘系)

摘 要 目前对含粗差观测值数据处理主要采用2种方法：将含粗差观测值视为方差异常，然后采用变权迭代法即稳健估计法处理；将含粗差观测值视为异常，用统计检验法剔除含粗差观测值后再进行数据处理。本文提出将含粗差观测值逐步校正法，该方法不必剔除含粗差观测值，采用不变权迭代法计算，对独立观测值数据处理效果良好。若为非独立观测时，可用把相关观测值转换成独立观测值法进行处理，故上述方法仍然有效。

关键词 粗差；统计量；假设检验；抗差估计；自校正

中图号 P207

观测中含粗差，平差时参数估计受到很大影响，为避免这一现象，人们提出了许多方法，这些方法大致可分为选权（变权）迭代法和剔除法2类[1]。本文提出一种不变权迭代求解数据处理方法，可称为不变权自校正抗差估计法。

1 粗差鉴别常用几种方法简述

设平差时函数模型与随机模型为

$$V=A\hat{X}-L \tag{1}$$

$$D(L)=\sigma_o^2Q_{LL}=\sigma_o^2P^{-1} \tag{2}$$

式中 $R(A)=t$，设 L 为独立观测，P 则为对角阵，（1）式的平差结果为：

$$\left.\begin{aligned}&Q_{\hat{x}\hat{x}}=(A^TPA)^{-1}\\&\hat{X}=Q_{\hat{x}\hat{x}}A^TPL\\&V=A\hat{X}-L\\&Q_{vv}=Q_{LL}-AQ_{\hat{x}\hat{x}}A^T\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

为减少观测值中粗差对估值结果影响，一般利用以上平差结果进行分析，对含粗差观测值进行剔除。常采用如下统计量进行检验[4]：用 F 统计量进行整体检验：

$$F=V^TPV/b\sigma_o^2>F_\alpha(b,\infty) \tag{4}$$

若上式成立，则继续进行单个观测值检验：

Baarda 标准化残差法：

$$W_i=\frac{|V_i|}{\sigma_o\sqrt{Q_{V_iV_i}}} \tag{5}$$

1995年1月26日收稿，3月13日改回。

作者简介：文鸿雁，男，1963年出生，硕士，讲师，工程测量专业。

或用$Pope$法: $\tau_i = \dfrac{|V_i|}{\sigma_o\sqrt{Q_{V_iV_i}}}$

为提高应用效果，也有将多种检验方法进行综合，利用人工智能进行启发式搜索，从而大大提高应用效果[2]。该方法当存在多个粗差时使用效果较好，探测多个粗差还可用矢量分析法。

还可用预测残差法对观测值是否存在有粗差进行探测[3]。先设其中的一个观测值 L_k 含有粗差，其它观测值 L_1 共 $n-1$ 个不含粗差，可写成:

$$\underset{(n-1)\times 1}{L_1} \qquad \underset{(n-1)\times(n-1)}{P_1}$$

$$\underset{1\times 1}{L_k} \qquad \underset{1\times 1}{P_k}$$

函数模型为:

$$V_1 = A_1\hat{X} - L_1 \qquad \underset{(n-1)\times(n-1)}{P_1} \tag{7}$$

$$V_k = a_k\hat{X} - L_k \qquad \underset{1\times 1}{P_k} \tag{8}$$

令$V_1^T P_1 V_1 = \min$,则

$$\hat{X} = (A_1^T P_1 A_1)^{-1} A_1^T P_1 L_1 = N_{11}^{-1}\ A_1^T P_1 L_1 \tag{9}$$

$$V_k' = a_k\hat{X} - L_K = a_k N_{11}^{-1} A_1^T P_1 L_1 - L_k \tag{10}$$

V'_k 即称为预测残差，如 L_1 不含粗差，而 L_k 含粗差，则 V_k 相当于 L_k 包含的粗差的大小。一般若直接采用（9)、(10）式求解工作量大，即每预测一个观测值残差需要组成一新的法方程来求解，其次，剔除粗差观测值 L_k，平差时可能造成形亏。故常用（3）式的平差结果转换求出 V_k，公式如下:

$$V_k' = \delta_k = \frac{V_k}{1-h_{kk}} \tag{11}$$

上式中将预测残差记为 δ_k，以与全部观测值平差 L_k 的改正数 V_k 加以区别，上式 h_{kk} 为

$$h_{kk} = a_k N^{-1} a_k^T P_k \tag{12}$$

令:

$$D = \mathrm{diag}\,〔1-h_{11},\ 1-h_{22},\ \cdots,\ 1-h_{nn}〕 \tag{13}$$

则每一观测值组成预测残差向量为[3]:

$$\delta = 〔\delta_1\ \ \delta_2\ \cdots\ \delta_n〕^T = D^{-1}V \tag{14}$$

$$\delta_k \sim N(o,\ \sigma_0{}^2/(1-h_{kk}) \tag{15}$$

将 δ_k 标准化即得:

$$U_k = \frac{\delta_k}{\sigma_0^2\sqrt{1/(1-h_{kk})}} = \frac{V_k}{\sigma_0^2\sqrt{1-h_{kk}}} \tag{16}$$

利用标准化预测残差 U_k 可对各观测量进行检验,当 σ_0 未知，则可采用相应的 t 分布

检验。若检验 L_k 含有粗差，则可利用（3）式平差结果转换成剔除 L_k 平差结果，计算公式如下[4]：

$$\hat{X}' = \hat{X} + \frac{V_k}{q_{V_kV_k}} Q_{\hat{X}\hat{X}}\ a_k^T \tag{17}$$

$$V_1' = V_1 + \frac{V_k}{q_{V_kV_k}} A_1 Q_{\hat{X}\hat{X}}\ a_k^T \tag{18}$$

$$Q'_{\hat{X}\hat{X}} = Q_{\hat{X}\hat{X}} + \frac{1}{q_{V_kV_k}} Q_{\hat{X}\hat{X}} a_k^T a_k Q_{\hat{X}\hat{X}} \tag{20}$$

$$Q_{V'_1V'_1} = Q_{V_1V_1} - \frac{1}{q_{V_kV_k}} A_1 Q_{\hat{X}\hat{X}} a_k^T a_k Q_{\hat{X}\hat{X}} A_1^T \tag{20}$$

$$\Sigma PVV = V_1'^T P_1 V'_1 = V^T PV - \frac{V_k^2}{q_{V_kV_k}} \tag{21}$$

$$\hat{\sigma}_o^2 = \pm\sqrt{\frac{\Sigma P_1 V_1 V_1}{n_1 - t}} \tag{22}$$

显然预测残差法对判别当观测值独立且为单个粗差时较有利。从以上分析可以看出，上述方法属于剔除法。即对超限或异常观测采取剔除方法。为避免在实际中删除某一观测值直接求解从而可能造成控制网形亏，可对含粗差观测值采用降权平差法。设平差模型如下：

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= A_1\hat{X} - L_1 \qquad \text{权}P_1 \\ V_k &= a_k\hat{X} - L_k \qquad \text{权}W_kP_k \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

其中 W_k 为降权因子，$0 \leqslant W_k \leqslant 1$，当 $W_k = 0$ 时，则 L_k 自然被剔除。此时（23）式平差结果如下[5]：

$$\begin{aligned} \hat{X}' = \hat{X}(W_k) &= (A_1^T P_1 A_1 + W_k a_k^T P_k a_k)^{-1}(A_1^T P_1 L_1 + W_k a_k^T P_k L_k) \\ &= [A^T PA - (1 - W_k) a_k^T P_k a_k]^{-1} [A^T PL - (1 - W_k) a_k^T P_k L_k] \\ &= \hat{X} + \frac{N^{-1} a_k^T P_k (1 - W_k) V_k}{1 - (1 - W_k) h_{kk}} \end{aligned} \tag{24}$$

若剔除 L_k，则 $W_k = 0$，此时（24）式即为：

$$\hat{X}' = \hat{X} + \frac{N^{-1} a_k^T P_k V_k}{1 - h_{kk}} = \hat{X} + \frac{V_k}{q_{V_kV_k}} Q_{\hat{X}\hat{X}} a_k^T \tag{25}$$

上式中代入了 $h_{kk} = 1 - q_{V_kV_k} P_k$，$N^{-1} = Q_{\hat{X}\hat{X}}$。故（25）式与（17）式结果完全一致。如剔除奇异点，还可将降权因子设计为 V_k 的函数，若采用迭代求解，这时实际上即类似于抗差估计法。属于变权迭代法。

2　不变权自校正抗差估计法原理

2.1　独立观测时自校正抗差估计法

为说明该方法原理，先用一简单实例加以说明。设对某一观测量进行了 6 次等精度重复观测，观测结果如下：

$L = [31.221 \quad 31.224 \quad 31.219 \quad 31.226 \quad 31.245 \quad 31.227]^T$(m)

求得算术平均值为 $\overline{L} = 31.227$，观测值改正数为：$V = [6 \quad 3 \quad 8 \quad 1 \quad -18 \quad 0]^T$(mm)

设$\sigma_o=\pm 4$mm，因为$q_{V_kV_k}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$,采用统计量$W_i=\frac{|V_i|}{\sigma_o\sqrt{q_{V_iV_i}}}$进行检验,

求出: $W=[1.64\quad 0.82\quad 2.19\quad 0.27\quad -4.93\quad 0]^T$

取$K_\alpha=3$则知$|W_5|>K_\alpha=3$,故确定L_5含粗差，剔除L_5后得到算术平均值为31.223，若取L_5的降权因子为0.1，则估值加权平均值为31.224。

采用自校正平差方法如下:在初次平差结果基础上,判定出L_5含粗差后，将L_5初次平差结果$L_5+V_5^{(1)}=31.227$当作虚拟观测值与其它观测值一并重新平差，设权不变，则得到新的均值为31.224，以上称第一次校正结果，若再校正一次,得到均值为$\overline{L'}=31.2235$。从以上结果可看出，对含粗差观测值每校正一次，其平差结果将逐步趋近于剔除含粗差的结果。从而减少了含粗差观测值对平差结果影响,下面用数学关系式加以描述。

设初次平差时函数模型如下:

$$\left.\begin{aligned}V_1&=A_1\hat{X}-L_1 &\qquad P_1\\ V_k&=a_k\hat{X}-L_k &\qquad P_k\end{aligned}\right\}\tag{26}$$

则平差后，得到形式如（3）式结果。当方便后面迭代求解，则可将（3）式改写成如下形式:

$$\left.\begin{aligned}V^{(1)}&=A\hat{X}^{(1)}-L\\ Q_{\hat{X}\hat{X}}&=N^{-1}=(A^TPA)^{-1}\\ \hat{X}^{(1)}&=Q_{\hat{X}\hat{X}}A^TPL\\ Q_{VV}&=Q_{LL}-AQ_{\hat{X}\hat{X}}A^T\end{aligned}\right\}\tag{27}$$

其中$V_k^{(1)}=a_k\hat{X}^{(1)}-L_k$

右上角（1）表示第一次迭代结果。现将（27）式中结果的V逐个用W_i标准残差法或Pope的τ法检验，先设只有L_k含粗差，现将$L_k+V_k^{(1)}=L'_k$作为系统偏差校正后的虚拟观测值与其它观测值L_1一并平差:

$$\left.\begin{aligned}V_1^{(2)}&=A_1\hat{X}-L_1 &\qquad P_1\\ V_k^{(1)}&=a_k\hat{X}-L'_k &\qquad P_k\end{aligned}\right\}\tag{28}$$

$$\begin{aligned}\hat{X}^{(2)}&=N^{-1}[A_1^TP_1L_1+a_k^TP_k(L_k+V_k^{(1)})]\\ &=N^{-1}A^TPL+N^{-1}a_k^TP_kV_k^{(1)}=\hat{X}^{(1)}+\triangle X^{(1)}\end{aligned}\tag{29}$$

$$\begin{aligned}V_k^{(2)}&=a_k(\hat{X}^{(1)}+\triangle X^{(1)})-(L_k+V_k^{(1)})\\ &=(a_k\hat{X}^{(1)}-L_k-V_k^{(1)})+a_k\triangle X^{(1)}=a_k\triangle X^{(1)}=a_kN^{-1}a_k^TP_kV_k^{(1)}\end{aligned}\tag{30}$$

由(12)式，则（30）式可写成:

$$V_k^{(2)}=h_{kk}V_k^{(1)}\tag{31}$$

同理在不变权情况下将$L''_k=L'_k+V_k^{(2)}$与L_1重新平差得:

$$\begin{aligned}\hat{X}^{(3)}&=N^{-1}[A_1^TP_1L_1+a_k^TP_k(L_k+V_k^{(1)}+V_k^{(2)})]\\ &=N^{-1}(A^TPL+a_k^TP_kV_k^{(1)}+a_k^TP_kV_k^{(2)})\\ &=\hat{X}^{(1)}+\triangle X^{(1)}+\triangle X^{(2)}\end{aligned}\tag{32}$$

$$V_k^{(3)}=a_k\hat{X}^{(3)}-(L'_k+V_k^{(2)})$$

$$= a_k\hat{X}^{(1)} + a_k\triangle X^{(1)} + a_k\triangle X^{(2)} - L_k - V_k^{(1)} - V_k^{(2)}$$

顾及(29)式，则由上式可得：

$$V_k^{(3)} = [a_k(\hat{X}^{(1)} + \triangle X^{(1)}) - (L_k + V_k^{(1)}) - V_k^{(2)}] + a_k\triangle X^{(2)}$$

$$= a_k\triangle X^{(2)} = a_k N^{-1} a_k^T P_k V_k^{(2)} = h_{kk} V_k^{(2)} = h_{kk}^2 V_k^{(1)} \tag{33}$$

由（30），（32）式得到下式：

$$\frac{V_k^{(3)}}{V_k^{(2)}} = \frac{V_k^{(2)}}{V_k^{(1)}} = a_k N^{-1} a_k^T P_k = h_{kk} \tag{34}$$

即后一次的改正数为前一次改正数的h_{kk}倍。所以当 L_k 含有总的粗差为 δ_k，其大小可由下式进行迭代计算：

$$\delta_k = V_k^{(1)} + V_k^{(2)} + V_k^{(3)} + \cdots\cdots = V_k^{(1)}(1 + h_{kk} + h_{kk}^2 + h_{kk}^3 + \cdots\cdots) \tag{35}$$

对上式h_{kk}的讨论：

$$h_{kk} = a_k N^{-1} a_k P_k = Q_{L_kL_k} P_k = 1 - q_{V_kV_k} P_k = 1 - r_k \tag{36}$$

其中$r_k = q_{V_kV_k} P_k$为可靠性理论多余观测分量，因为

$$0 \leqslant q_{V_kV_k} = q_{l_kl_k} - q_{\hat{l}_k\hat{l}_k} P \leqslant q_{l_kl_k}$$

故　$0 \leqslant r_k = q_{V_kV_k} P_k \leqslant q_{l_kl_k} P_k = 1$　　即$0 \leqslant r_k \leqslant 1$

所以，$0 \leqslant h_{kk} = 1 - r_k \leqslant 1$ (37)

当为独立观测时，只有当 L_k 为完全必要观测时才有 $r_k=0$，此时 $h_{kk}=1$；当 L_k 为完全多余观测时才有 $r_k=0$，此时 $h_{kk}=1$，一般情况下有 $0<r_k<1$，即有 $0<h_{kk}<1$，由此知（35）式是一收敛级数，可表示为：

$$\delta_k = \frac{V_k^{(1)}}{1 - h_{kk}} = \frac{V_k^{(1)}}{r_k} = V_k^{(1)} / q_{V_kV_k} P_k \tag{38}$$

上式实际上就是（11）式，与文献〔6〕中 4-2-13 式完全相同。Wolf 曾于 1979 年给出了上述相同的公式〔7〕。

（38）式还可写成如下形式：

$$\delta_k = \frac{V_k^{(1)}}{1 - \dfrac{V_k^{(2)}}{V_k^{(1)}}} = \frac{V^{(1)^2}}{V_k^{(1)} - V_k^{(2)}} \tag{39}$$

通过以上分析及公式推导，提出自校正抗差估法。其步骤如下：

（1）整体初次平差得到第一次改正数及未知参数估值$V^{(1)}$，$\hat{X}^{(1)}$，用统计检验找出可能含粗差观测值 L_k。

（2）不剔除L_k，而将 $L_k + V_k^{(1)}$ 作虚拟观测值与其它 L_1 在不变权时重新平差，此时，法方程系数阵 N 不变，只改变法方程常数项。

（3）求出第二次参数估值$V^{(2)}$ 及$\hat{X}^{(1)}$，利用（39）式即可求出δ_k，以 $\delta_k + L_k$ 即 L_k''' 作为虚拟观测值与其它观测值一并平差，又求出参数估值。此时L_k''' 的改正数一般将接近于零。可用（16）式进行最后检验，若检验 δ_k 为粗差，则将上述最后一次结果作为平差结果，否则将整体初次平差结果作为最后结果。

自校正抗差估计方法的性质讨论：

（1）采用自校正抗差估计时，则平差时各观测值的多余观测分量 r_i 不变，设 L_k 含粗

差，则在上述三次迭代 L_k 的多余观测分量 r_k 将不变。

由（38）式可得:

$$V_k^{(1)}=r_k\delta_k \tag{40}$$

由（31）式得:

$$\begin{aligned}V_k^{(2)}&=h_{kk}V_k^{(1)}=(1-r_k)V_k^{(1)}=(1-r_k)r_k\delta_k\\&=r_k(1-r_k)\delta_k=r_k\delta'_k\end{aligned} \tag{41}$$

$\delta'_k=(1-r_k)\delta_k$ 为 $L_k+V_k^{(1)}=L'_k$ 虚拟观测值在经过一次校正后的余下的粗差量，从(40)、(41）式知，当 L_k 每校正一次，则平差结果 V_k 改正数总是反映 L_k 校正后余下的粗差的 r_k 倍，故 r_k 为多余观测分量，又可称为 L_k 的抗差效率。若 L_k 相应的多余观测分量越大，则最小二乘平差对该观测值抗粗差能力越强。所以最小二乘法抵抗粗差能力不仅与总的多余观则数关，而且与含粗差的观测值多余观测值分量有关。

（2）自校正抗差估计中将含粗差观测值通过校正后进行平差，其最后结果与剔除含粗差观测值平差结果等价。下面予以证明。

先证明$L_k+\delta_k$ 与其它观测值L_1 参加平差时，则该虚拟观测值改正数为$V'_k=0$

$$\left.\begin{aligned}V_1&=A_1\hat{X}-L_1\\V_k&=a_k\hat{X}-(L_k+\delta_k)\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

由（29）式可以类推:

$$\hat{X}=X^{(1)}+N^{-1}a_k^TP_k\delta_k \tag{43}$$

$$\begin{aligned}V_k=a_k\hat{X}-(L_k+\delta_k)&=a_k\hat{X}^{(1)}+a_kN^{-1}a_k^TP_k\delta_k-L_k-\delta_k\\&=a_k\hat{X}^{(1)}+(1-r_k)\delta_k-L_k-\delta_k\\&=a_k\hat{X}^{(1)}-V_k^{(1)}-L_k\end{aligned} \tag{44}$$

将(29)式代入上式即得:$V_k=0$ (45)

故当以 $L_k+\delta_k$ 与 L_1 参加平差时，有 $V_k=0$，故 $V^TPV=V_1^TP_1V_1=\min$， 即以上平差结果等价于剔除含粗差观测值 L_k 平差结果。L_k 的总改正数为 δ_k，即为预测残差量的大小。自校正抗差估计与剔除法不同之处在于，平差时各观测值多余观测分量不变，法方程系数阵不变。因为未剔除含粗差观测值，故不会产生形亏。估值精度单位权中误差可由（21)、(22）式来计算:

$$\hat{\sigma}_o^2=\pm\sqrt{(V^{(1)T}PV^{(1)}-V_k^{(1)2}/q_{V_kV_k})/(n_1-t)} \tag{46}$$

上式中 n_l 为去掉 L_k 后观测值个数。由（40）式可知，若改变观测值平差权，则可以改变平差时各观测值多余观测分量大小。但因总多余观测数不变。通常对一具体问题而言为了提高对某一观测值多余观测分量，可通过降低该观测值权，从而提高对该观测值的抗差效率即多余观测分量，但对一平差问题而言，总多余观测数为各观测值多余观测分量之和为定值，所以提高某一观测的多余观测分量是以降低或损失其它的观测值的多余观测分量为代价的。选权迭代法就是通过降低含粗差观测值权，从而提高了对含粗差观测值多余观测分量即抗差效率，从而减少了粗差对估值的影响。但当含粗差观测值定位失误时，由于定权不正确，这时将增大粗差对估值的影响。

下面分析降权法多余观测分量公式，设 L_k 降权因子为 W_k：$0\leqslant W_k\leqslant 1$，由（12）式知：

$$h'_{kk}=a_kN'^{-1}a_k^TW_kP_k\approx W_kh_{kk} \tag{47}$$

上式近似性在于 N'^{-1} 中相对于 N^{-1} 变化，主要是因 $P'_k=W_kP_k$ 的变化。将上式代入（36）式后，有：

$$\begin{aligned} r'_k&=1-h'_{kk}\approx 1-W_kh_{kk}\\ &=(1-h_{kk})+(1-W_k)h_{kk}=r_k+(1-W_k)h_{kk} \end{aligned} \tag{48}$$

因为 $0\leqslant 1-W_k\leqslant 1$，$0\leqslant h_{kk}\leqslant 1$　故

$$(1-W_k)h_{kk}\geqslant 0,\ \text{即}\ r'_k>r_k \tag{49}$$

即 L_k 的权由 P_k 降为 W_kP_k 时，多余观测数 r'_k 比 r_k 有所增加。若 $W_k=0$，则 $r'_k=1$，此时 L_k 相当于完全多余观测，即相当于 L_k 被剔除。所以降权法与一般抗差估计均是通过改变权从而提高对含粗差观测值的多余观测分量，即提高对含粗差观测值的抗差效率，达到减少粗差对参数估计的影响。

2.2 相关观测时自校正抗差估计应用

当为相关观测时，可将相关观测转换成独立观测值来进行处理。其原理如下：

$$V=A\hat{X}-L \qquad\qquad P$$

P 为对称、正定、可逆，则用三角分解成：

$$P=R^TR \tag{50}$$

因P正定，R 为下三角阵可逆，即：

$$Q_{LL}=P^{-1}=(R^TR)^{-1}=R^{-1}(R^T)^{-1} \tag{51}$$

令

$$V'=RV \tag{52}$$

$$\left.\begin{aligned} V'&=RV=RA\hat{X}-RL=RA\hat{X}-L',\quad L'=RL\\ Q_{L'L'}&=RQ_{LL}R^T=RR^{-1}(R^T)^{-1}R^T=E \end{aligned}\right\} \tag{53}$$

故　$P_{L'}=E$（单位矩阵）。令

$$C=RA,\quad V'=C\hat{X}-L' \tag{54}$$

在 $V'^TP_{L'}V'=\min$ 下，即相当于

$$V'^TP_{L'}V'=(RV)^TE(RV)=V^TR^TRV=V^TPV=\min$$

这时由（54）可得如下法方程：

$$C^TEC\hat{X}-C^TRL=0$$

$$\text{或}\qquad C^TC\hat{X}-C^TL'=0 \tag{55}$$

将（54）代入上式得：

$$\begin{aligned} &A^TR^TRA\ \hat{X}-A^TR^TRL=0\\ &\hat{X}=(A^TPA)^{-1}\ A^TPL \end{aligned} \tag{56}$$

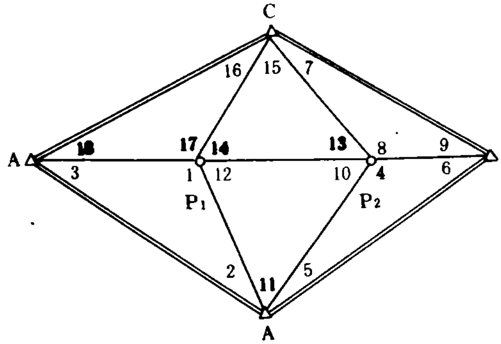
（56）式的解与变换前的解完全一致。这时采用 V' 判断是否含粗差，则同独立观测计算公式完全一样，则 2.1 节中自校正抗差估计则可应用。

3 实　　例

现将本文提出的自校正抗差估计法(Self-correction Robust Estimation，简称

SCRE)，与 Huber 法，IGGI 法进行比较，以上结果均以不含粗差时的最小二乘法（LS）估值结果为比较基础。

附图为一测角网图，总观测值个数为 18，必要观测为 $t=4$，多余观测数 $r=14$，附表中部分计算结果引自文献〔9〕，以便与本文的自校正法估计结果作为对比。



附图 一测角网图

Appendix. fig A triangulation control network

从附表中的结果看出，本文采用的方法能达到 IGGI 方案一样好的效果。优于 Huber 法，比文献〔9〕中 LAS 法效果好。存在多个粗差试验：$-5''$加入 L_6，$-6''$加于 L_{10}，$-10''$加于 L_{17}，则利用自校正抗差估计法得到：

$$\delta X = [-0.12 \quad 2.40 \quad -1.21 \quad -0.53]^T$$

$$V_6 = 4.4'' \quad V_{10} = 6.5'' \quad V_{17} = 8.3''$$

即当为独立观测时存在多个粗差时本例的应用效果仍较好。

附表 自校正抗差估计结果与其它方法结果的比较

Appendix table A comparison of the results between the self–correction robust method and other methods

估值结果	不加粗差	L_6 加入$^{-10''}$			
	LS	LS	Huber	IGGI	SCRE
δ_{X_1}	−0.10	−0.14	−0.12	−0.10	−0.09
δ_{Y_1}	2.32	2.29	2.31	2.32	2.30
δ_{X_2}	−1.21	−1.53	−1.31	−1.23	−1.22
δ_{Y_2}	−0.53	−0.45	−0.51	−0.53	−0.53
$\hat{\sigma}_0$	1.3	2.7	1.6	1.2	1.2
改正数		L_6 改正数 8.3	9.1	9.4	9.4

估值结果	加−10″于 L_9				−10″加于 L_{17}			
	LS	Huber	IGGI	SCRE	LS	Huber	IG GI	SCRE
δ_{X_1}	−0.06	−0.10	−0.10	−0.10	−0.30	−0.23	−0.13	−0.12
δ_{Y_1}	2.35	2.33	2.32	2.30	2.98	2.73	2.47	2.40
δ_{X_2}	−0..89	−1.17	−1.25	−1.24	−1.17	−1.18	−1.20	−1.19
δ_{Y_2}	−0.62	−0.55	−0.52	−0.52	−0.46	−0.49	−0.52	−0.53
$\hat{\sigma}_0$	3.1	1.6	1.2	1.3	2.0	1.7	1.2	1.3
	V_9				V_{11}			
改正数	10.1	11.1	11.4	11.4	4.8	6.3	7.9	8.3

4 小 结

（1）当存在一个粗差时自校正抗差估计结果接近于 IGGI 方案，优于 Hubr 法，解的

稳定性较好。

（2）自校正抗差估计的计算简单，迭代次数少。

（3）当独立观测时，可用于求解含多个粗差情况，应用效果仍较好。

参 考 文 献

1 陶本藻，王泽文. 未标定粗差的检定性问题. 测绘学报，1990，(1)：19～21

2 李德仁，肖平. 利用人工智能方法进行粗差的启发式搜索. 测绘学报，1990，(4)：250～256

3 张方仁. 应用预测残差鉴别粗差. 勘察科学技术，1990，(5)：40～52

4 吴予安. 工程建筑物变形观测数据处理. 北京：测绘出版社. 1989. 40～57

5 王泽文，陶本藻. 回归数据诊断若干应用问题. 测绘学报，1989，(3)：168～174

6 李德仁. 误差处理和可靠性理论. 北京：测绘出版社，198. 120～130，187～204

7 苏思光. 粗差的检验与剔除. 工程勘察，1984，(4)：25～28

8 周秋生. 测量控制网优化设计. 北京：测绘出版社. 1992. 97～103

9 周江文. 经典误差理论与抗差估计. 抗差估计论文集. 北京：测绘出版社，1992. 1～6

10 顾孝烈，黄勇如. 多个粗差定位矢量分析法. 测绘学报，1987，(4)：289～296

ROBUST ESTIMATION BY SELF–CORRECTION

Wen Hongyan

(*Department of Land Development and Surveying and Mapping, Guilin Inslitute of Technology*)

Abstract

Till now, there are mainly two classes of methods in processing the observations with gross errors. The former is the weight–varying iteration method or is called the robust estimation, in which the observations with gross errors are regarded as possessing abnormal variances; the latter is based on the statistical test , the observations with gross errors are rejected , then the remain observations are processed. A new method of progressively correcting of observations with gross errors is put forward in this paper. The observations with gross errors must not rejected ; the weight unvaried iteration is applied to the computation, and a good result is obtained from independent observations. For the dependent observations can be transformed into independent ones, the self–correction estimation can still be applied to dependent observations.

Key words　gross error; statistical value; hypothesis test;　robust estimation; self–correction