文章编号：1674-9057(2021)03-0664-07　　doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2021.03.025

具有价格歧视的多厂商斯塔克博格博弈的均衡分析

罗　萍[1]，宋奇庆[2]，张伟莉[3]

（1. 桂林理工大学 理学院，广西 桂林　541006；2. 山西师范大学 数学与计算机科学学院，山西 临汾　041000；
3. 东北财经大学 管理科学与工程学院，辽宁 大连　116025）

摘　要：价格歧视是市场中常见的现象，基于多厂商斯塔克博格博弈模型，引入了价格歧视，博弈中厂商可对不同群体以不同的价格销售同质商品。通过后退归纳法和隐函数极值方法给出了多厂商博弈的唯一子博弈完美纳什均衡，得到了子博弈完美纳什均衡与厂商数、目标群体分类数之间的关系。分析表明：无论市场有无价格歧视，先动厂商的最优产量与群体数目以及市场中的厂商数量无关，且先动厂商的利润与厂商数量无关；虽然后动厂商对不同群体的售价不同，但后动厂商的平均售价与群体数无关；增加群体分类数时，所有厂商利润的净增加效果服从边际递减规律；与无价格歧视比较，当群体分类数较小时，价格歧视策略对所有厂商带来的利润改观才最为明显。

关键词：价格歧视；斯塔克博格竞争；纳什均衡；隐函数；市场平均价格

中图分类号：F224.32　　**文献标志码**：A

0　引　言

古诺博弈模型由 Cournot 在 1838 年提出，假设市场上有销售同质产品的寡头，寡头以产量为策略进行博弈，获取利润最大化。如今，古诺博弈模型已成为博弈论的基本模型之一。古诺博弈还依赖于消费者行为、寡头对需求的期望、寡头的数量等，因此，古诺博弈得到了广泛持续的关注，并产生了丰富的研究成果。区别于静态古诺模型[1-3]，还有动态古诺模型[4-5]等。不同于古诺博弈中寡头同时采取行动，斯塔克博格博弈中寡头采取行动有先后顺序，近年来得到进一步推广[6]。作为古诺博弈的深入推广，一般 Nash 平衡理论及应用得到了持续研究，这对均衡的理解有进一步启示[7-9]。

上述传统寡头博弈模型假设市场中同质商品价格一致，事实上，在市场中常见到同质产品或相同的服务对不同人群的售价并不相同，价格差异、价格歧视现象普遍存在，如航空公司机票、酒店预定等都存在较大的价格差异现象。价格歧视的传统分类见文献[10]，在垄断厂商研究中，价格歧视现象得到了众多学者的关注，如文献[11-13]研究了垄断厂商在价格歧视条件下的利润最大化问题；对二度价格歧视问题研究中，得出垄断厂商采用 n 段定价法的利润最大化产量大于非价格歧视下的利润最大化产量[11-12]；文献[14-15]对三度价格歧视的有效性进行了研究。关于垄断竞争，文献[16]进一步研究了价格歧视区间的具体确定，得到了获取消费者最大剩余的纳什均衡的必要条件，推广了古诺模型的应用。文献[17-18]基于航空公司票价制定的价格歧视，提出了差异化价格的逆需求函数：$p^k = 1 - Q_1^k - Q_2^k - \cdots - Q_n^k$（$p^k$ 表示对第 k 个群体的售价；n 为公司总数；Q_i^k 为第 i 公司对前 k 个群体的总销量，$i = 1, 2, 3, \cdots, n$），把标准的古诺寡头模型扩展到具有价格歧视的新模型，公司对同一产品基于不同群体客户的支付意愿收取不同的价格，在引入价格歧视且线性对称的情况下，进一步推广了对称静态古诺模型，

收稿日期：2019-09-24
基金项目：国家自然科学基金项目(11661030)；广西自然科学基金项目(2016GXNSFAA380059)
作者简介：罗　萍（1996—），女，硕士，研究方向：非合作博弈均衡分析，1683707985@qq.com。
通讯作者：宋奇庆，博士，教授，songqiqing@126.com。
引文格式：罗萍，宋奇庆，张伟莉. 具有价格歧视的多厂商斯塔克博格博弈的均衡分析［J］. 桂林理工大学学报，2021，41(3)：664-670.

得到了最优计划产量与歧视之间的关系。在文献[17]的基础上，文献[6]进一步对斯塔克博格博弈中 2 个寡头价格歧视的影响进行了分析，表明跟随者的最优方案是进行价格歧视，而在竞争中，领导者具有出售商品给售价最高的群体的显著优势；文献[19]以非线性价格函数为基础，研究价格歧视的影响，用递归的方法找到价格歧视框架下的均衡数量，进一步得出古诺博弈模型中市场的平均价格与价格歧视的程度无关，在均衡条件下，引入价格歧视的古诺博弈的数量加权价格与传统的古诺竞争博弈的价格相同；文献[20]研究了不对称古诺寡头垄断中三度价格歧视的影响，证明了平均价格不受价格歧视程度的影响，且企业之间的非对称反映在为只接受最低价格的消费者生产的产品数量上，而企业给其他消费者群体生产的产品数量相等；文献[21]给出了有限理性古诺调整模型的稳定性。

基于当前研究对价格歧视现象的关注，还未见多厂商斯塔克博格博弈的价格歧视现象报道，本文探讨了价格歧视对多个对称寡头斯塔克博格竞争的影响，得到了子博弈完美纳什均衡与厂商数 n 和目标群体分类数 K 的关系，对比无价格歧视的情况，进一步研究表明对有价格歧视的多厂商斯塔克博格博弈，领头厂商对商品的售卖价格关于群体数增加且边际递减，领头厂商的最优产量与群体数 n 以及市场中的厂商数量 n 无关，而任一后动厂商的市场平均售价与 K 无关。

1　有价格歧视的 n 厂商斯塔克博格博弈与结果

本文研究的多厂商斯塔克博格博弈分为两个阶段：第一阶段是厂商 1 作为先动厂商先进入市场，第二阶段是其余 $n-1$ 个厂商作为后动厂商观察到厂商 1 进入市场所采用的销售策略。以此为根据，作出自己的最优销售策略决策。假设市场上有 n 个厂商，即 n 是服务于该市场的厂商数量。根据价格把消费者分成 K 个群体，厂商 1 为领头厂商(先动厂商) 先进入市场，其余厂商 $i=2, 3, \cdots, n$(后动厂商) 了解到厂商 1 的产量，给第 k 个群体的产量记为 $q_1^k(k=1, 2, 3, \cdots, K)$，然后根据厂商 1 的产量选择自身的产量 $q_i^k(i=2, 3, \cdots, n; k=1, 2, 3, \cdots, K)$。假设领头厂商和后动厂商都没有固定成本，$c$ 为领头厂商和后动厂商的单位边际成本，c 为常数。

对群体 k，产品的逆需求价格函数为 $p^k=a-bQ^k$，其中：$Q^k=\sum_{i=1}^{n} Q_i^k$，表示所有厂商对第 $1 \sim k$ 个群体的销售总量；$Q_i^k=\sum_{j=1}^{k} q_i^j$，$i=1, 2, 3, \cdots, n$，表示厂商 i 对群体 $1 \sim k$ 的销售总量，需求函数参见文献[17-20]。均衡分析是博弈研究中的重要内容，对于该动态博弈，通过采用后退归纳法和求隐函数极值的方法，定理 1 给出了该博弈的子博弈完美纳什均衡。

定理 1　具有价格歧视的 n 厂商斯塔克博格博弈的唯一子博弈完美纳什均衡为

$$q_1^1=(a-c)/(2b),\ q_1^k=0,\ \forall k=2, 3, \cdots, K;$$

和

$$q_i^k=\frac{1}{K+1}\cdot\frac{a-c}{2(n-1)b},\ \forall i=2, 3, \cdots, n;\ \forall k=1, 2, \cdots, K。$$

证明：在边际成本相等都为 c 的情况下，对 Q^k 利用对称性，有

$$Q^k=Q_1^k+(n-1)Q_i^k=\sum_{j=1}^{k}(q_1^j+(n-1)q_i^j),\ \forall\ i=2, 3, \cdots, n。\tag{1}$$

为表达方便，令 $\alpha=a-c$，则厂商 i 的利润可表示为

$$\pi_i=\sum_{j=1}^{K} q_i^j(\alpha-bQ^j),\ i=1, 2, \cdots, n。\tag{2}$$

利用后退归纳法，先考虑斯塔克博格博弈的第二阶段，在领头厂商 1 已采取产量 q_1^k 的情况下，对 $i=2, 3, \cdots, n$，结合式(1)、式(2)，两边对 q_i^k 求偏导，并令 $\frac{\partial\pi_i}{\partial q_i^k}=0$ 有

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i^k} = \alpha - bQ^k - (n-1)bq_i^k - (n-1)b\sum_{j=k+1}^{K} q_i^j = \alpha - bQ_1^k - (n-1)bQ_i^k - (n-1)bq_i^k - (n-1)b\sum_{j=k+1}^{K} q_i^j$$

$$= \alpha - bQ_1^k - (n-1)bQ_i^K - (n-1)bq_i^k = 0, \tag{3}$$

则

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i^k} - \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i^{k-1}} = -bq_1^k - (n-1)bq_i^k + (n-1)bq_i^{k-1} = 0,\ k = 2, 3, \cdots, K。$$

整理得 q_i^k 与 q_1^k 满足

$$q_1^k = (n-1)(q_i^{k-1} - q_i^k),\ k = 2, 3, \cdots, K。 \tag{4}$$

又由式(3) 知, 当 $k = 1$ 时有 $\alpha - bQ_1^1 - (n-1)bQ_i^K - (n-1)bq_i^1 = 0$, 注意到 $i = 1$, $k = 1$ 时, $Q_i^k = q_i^k$, 则 Q_1^1 即 q_1^1, 故 $\alpha - bq_1^1 - (n-1)bQ_i^K - (n-1)bq_i^1 = 0$。

从而有关系式

$$q_1^1 = \alpha/b - (n-1)Q_i^K - (n-1)q_i^1。 \tag{5}$$

再考虑第一阶段, 先动厂商 1 需最大化其收益 π_1。由式(1) 和式(2) 知,

$$\pi_1 = \sum_{k=1}^{K} q_1^k\left[\alpha - b\sum_{j=1}^{k}(q_1^j + (n-1)q_i^j)\right] = q_1^1[\alpha - bq_1^1 - (n-1)bq_i^1] + \sum_{k=2}^{K} q_1^k\left[\alpha - b\sum_{j=1}^{k}(q_1^j + (n-1)q_i^j)\right], \tag{6}$$

将式(5) 代入式(6) 为

$$\pi_1 = q_1^1[(n-1)bQ_i^K] + \sum_{k=2}^{K} q_1^k\left[(n-1)bQ_i^K - b\sum_{j=2}^{k}(q_1^j + (n-1)q_i^j)\right]。$$

将式(4) 代入上式, 有

$$\pi_1 = q_1^1(n-1)bQ_i^K + \sum_{k=2}^{K} q_1^k\left[(n-1)bQ_i^K - b\sum_{j=2}^{k}((n-1)(q_i^{j-1} - q_i^j) + (n-1)q_i^j)\right]$$

$$= q_1^1(n-1)bQ_i^K + \sum_{k=2}^{K} q_1^k\left[(n-1)bQ_i^K - b(n-1)\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}\right]$$

$$= q_1^1(n-1)bQ_i^K + (n-1)bQ_i^K\sum_{k=2}^{K} q_1^k - b(n-1)\sum_{k=2}^{K} q_1^k\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}$$

$$= q_1^1(n-1)bQ_i^K + (n-1)^2bQ_i^K\sum_{k=2}^{K}(q_i^{k-1} - q_i^k) - b(n-1)\sum_{k=2}^{K} q_1^k\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}$$

$$= q_1^1(n-1)bQ_i^K + (n-1)^2bQ_i^K(q_i^1 - q_i^K) - b(n-1)\sum_{k=2}^{K} q_1^k\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}。$$

再由式(5) 进一步可得

$$\pi_1 = [\alpha/b - (n-1)Q_i^K - (n-1)q_i^1](n-1)bQ_i^K + (n-1)^2bQ_i^K(q_i^1 - q_i^K) - b(n-1)\sum_{k=2}^{K} q_1^k\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}。$$

再整理, 结合式(4) 有

$$\pi_1 = [\alpha(n-1)Q_i^K - (n-1)^2b(Q_i^K)^2] - (n-1)^2bQ_i^K q_i^K - b(n-1)^2\sum_{k=2}^{K}(q_i^{k-1} - q_i^k)\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}$$

$$= [\alpha(n-1)Q_i^K - (n-1)^2b(Q_i^K)^2] - (n-1)^2b\left[Q_i^K q_i^K + \sum_{k=2}^{K}(q_i^{k-1} - q_i^k)\sum_{j=2}^{k} q_i^{j-1}\right],$$

进一步计算得

$$\pi_1 = [\alpha(n-1)Q_i^K - (n-1)^2b(Q_i^K)^2] - (n-1)^2b\left[Q_i^K q_i^K + \sum_{k=1}^{K-1}(q_i^k)^2 - Q_i^{K-1} q_i^K\right]$$

$$= \alpha(n-1)Q_i^K - (n-1)^2b(Q_i^K)^2 - (n-1)^2b\sum_{k=1}^{K}(q_i^k)^2。 \tag{7}$$

为计算先动厂商 1 的最大利润, 式(7) 两边对 q_1^k 求导, 并令 $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1^k} = 0$,

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1^k} = \frac{\partial \pi_1}{\partial q_i^k} \cdot \frac{\partial q_i^k}{\partial q_1^k} = 0, \tag{8}$$

注意到由式(4) 可得

$$\frac{\partial q_i^k}{\partial q_1^k} = -\frac{1}{n-1}; \tag{9}$$

将式(9) 代入式(8) 有

$$[(n-1)\alpha - 2(n-1)^2 bQ_i^K - 2(n-1)^2 bq_i^k)]\left(-\frac{1}{n-1}\right) = 0, \ \forall i = 2, 3, \cdots, n,$$

即

$$\alpha - 2(n-1)bQ_i^K - 2(n-1)bq_i^k = 0,$$

整理得

$$Q_i^K + q_i^k = \alpha/[2(n-1)b]。 \tag{10}$$

把式(10) 关于 $k = 1, 2, \cdots, K$ 累加，有

$$KQ_i^K + Q_i^K = \frac{\alpha}{2(n-1)b} \cdot K,$$

则

$$Q_i^K = \frac{K}{K+1} \cdot \frac{\alpha}{2(n-1)b}。 \tag{11}$$

由式(10) 和(11) 有

$$q_i^k = \frac{1}{K+1} \cdot \frac{a-c}{2(n-1)b}, \ \forall \ i = 2, 3, \cdots, n; \ k = 1, 2, \cdots, K。 \tag{12}$$

由式(4)、(12) 得

$$q_1^k = 0, \ k = 2, 3, 4, \cdots, K,$$

再由式(5)、(11)、(12) 可得

$$q_1^1 = (a-c)/(2b)。$$

证毕。

由定理 1 可见，在均衡点处，领头厂商 1 获得最大利润，它只对价格最高的消费群体提供产品。相对于其他 $n-1$ 个后动厂商，厂商 1 的先动优势使得其能对相同的产品售出最高的价格。

对于无价格歧视的 n 厂商斯塔克博格博弈，即当 $K = 1$ 时，由定理 1 可以推得对应的均衡如下，其也是文献[22] 中的式(8) 和(9)。

推论 1　无价格歧视 n 厂商斯塔克博格博弈的唯一子博弈完美纳什均衡为

$$q_1 = (a-c)/(2b),$$

和

$$q_i = (a-c)/[4(n-1)b], \ \forall \ i = 2, 3, \cdots, n。$$

定理 2　在有价格歧视的 n 厂商斯塔克博格博弈中，均衡点处先动厂商 1 对商品的单一售价 p_1 为群体数 K 的增函数且与厂商数 n 无关，任一后动厂商 i 的市场平均售价 p_{iav} 与 K 和 n 无关。

证明： 由定理 1 可知，n 个厂商对前 k 个群体的总销量为

$$Q^k = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} q_i^j = \frac{a-c}{2b} + (n-1)\frac{k}{K+1} \cdot \frac{a-c}{2(n-1)b} = \left(1 + \frac{k}{K+1}\right)\frac{a-c}{2b}, \ k = 1, 2, \cdots, K,$$

则逆需求价格函数 p^k 为

$$p^k = a - bQ^k = a - \frac{a-c}{2}\left(1 + \frac{k}{K+1}\right), \ k = 1, 2, \cdots, K。$$

因此，领头厂商 1 唯一的售价为

$$p_1 = a - \frac{a-c}{2}\left(1 + \frac{1}{K+1}\right) = \frac{a+c}{2} - \frac{a-c}{2(K+1)}。$$

可以看出 p_1 为 K 的增函数，并且与 n 无关。

后动厂商 i（$i = 2, 3, \cdots, n$）销售产品的平均价格 p_{iav} 为

$$p_{iav} = \frac{\sum_{k=1}^{K} p^k q_i^k}{\sum_{j=1}^{K} q_i^j} = \frac{\sum_{k=1}^{K}\left\{\left[a - \frac{a-c}{2}\left(1 + \frac{k}{K+1}\right)\right]\frac{1}{K+1}\cdot\frac{a-c}{2(n-1)b}\right\}}{K\cdot\frac{1}{K+1}\cdot\frac{a-c}{2(n-1)b}} = \frac{a+c}{2} - \frac{a-c}{4} = \frac{a+3c}{4}。$$

可见，p_{iav} 与 K、n 无关。证毕。

2 结果分析与有无价格歧视的比较

当市场无价格歧视时，由推论 1 可知：领头厂商 1 的最佳产量决策为

$$q_1 = (a-c)/(2b),$$

后动厂商 i 的最佳产量决策为

$$q_i = (a-c)/[4(n-1)b],$$

因而有逆需求价格函数

$$p = a - b(q_1 + (n-1)q_i) = (a+3c)/4。$$

即该市场总平均价格为

$$p_{av} = (a+3c)/4。$$

可以发现：p_{av} 与有价格歧视时后动厂商的平均售价 p_{iav} 一致，见定理 2。

厂商 1 获得的对应利润为

$$\pi_1 = (a-c)^2/(8b),$$

厂商 i 所获利润为

$$\pi_i = (a-c)^2/[16b(n-1)],\ \forall i = 2, 3, \cdots, n。$$

当 $n = 1$ 时，市场不存在斯塔克博格竞争；可以看出，$n \geqslant 2$ 时，$\pi_1 > \pi_i$，$\forall i = 2, 3, \cdots, n$，即市场上领头厂商 1 的利润始终大于后动厂商利润，领头厂商 1 的利润是后动 $n-1$ 个厂商利润之和的 2 倍。在无价格歧视的斯塔克博格竞争中，可以得出：当竞争厂商数目 n 不断增大时，领头厂商始终具有先动优势，获得信息多的后动厂商并没有获得更多的利润。

当市场存在价格歧视时，由定理 1 知，领头厂商 1 对产品的销售价格为

$$p_1 = a - \frac{a-c}{2}\left(1 + \frac{1}{K+1}\right) = \frac{a+c}{2} - \frac{a-c}{2(K+1)},$$

后动厂商 i 销售产品的平均价格 p_{iav} 为

$$p_{iav} = (a+3c)/4,\ \forall\ i = 2, 3, \cdots, n,$$

故而，市场的总平均价格 p_{av} 为

$$p_{av} = \frac{p_1\cdot q_1^1 + (n-1)p_{iav}\cdot K\cdot q_i^k}{Q^K} = \frac{(3a+5c)K + 4c}{4(2K+1)};$$

领头厂商 1 的最优利润为

$$\Pi_1 = \frac{K}{K+1}\frac{(a-c)^2}{4b};$$

后动厂商 i 的最优利润为

$$\Pi_i = \sum_{k=1}^{K}(p^k - c)q_i^k = K(a-c)^2/[8b(n-1)(K+1)],\ \forall i = 2, 3, \cdots, n。$$

在有价格歧视的情况下，随着群体数 K 的不断增大，领头厂商 1 售卖的价格 p_1 不断增大，而后动厂

商 i 的市场平均价格 p_{iav} 不变；领头厂商的利润 Π_1 也随着群体数 K 的不断增大而增大，而且 Π_1 与厂商数 n 无关，即厂商 1 的利润不会随厂商数目的增多而变少，后动竞争厂商的利润随着厂商数目 n 的增多而被摊薄，但当厂商数 n 固定时，后动厂商的利润也会随群体数 K 的不断增大而增大。当 $n \geqslant 2$ 时，$\Pi_1 > \Pi_i$，即先动厂商的利润大于后动厂商的利润，先动厂商利润是后动 $n-1$ 个厂商利润之和的 2 倍。

因此，对于 n 厂商斯塔克博格竞争，厂商 1 先采取策略，其余 $n-1$ 个厂商后采取策略，比较无价格歧视与有价格歧视的情形，有以下结论：

结论 1　无价格歧视时的市场总平均售价 p_{av} 与有价格歧视时后动厂商的平均售价 p_{iav} 一致。

结论 2　市场引入价格歧视后，所有厂商的利润增加量随着群体数 K 的不断增大服从边界递减规律，先动厂商 1 利润 Π_1 的上界为 $(a-c)^2/4b$；后动厂商 i 的利润 Π_i 的上界为 $(a-c)^2/[8(n-1)b]$。

结论 3　无论市场有无价格歧视，先动厂商的利润是所有后动厂商利润之和的 2 倍，且先动厂商的利润与厂商数目 n 无关。

结论 4　采取价格歧视销售策略时，所有厂商的利润大于无价格歧视时的利润。

如图 1，可以看出当有价格歧视时（$a=1$，$b=1$，$c=0.2$，$n=3$），利润随着 K 的增大而增大，逐渐趋于平稳，对厂商而言，考虑到群体数增加带来的分类管理的成本的增加；当 K 较小时，价格歧视策略对厂商带来的利润改观最为明显；增加群体分类数 K，利润的净增加效果服从边际递减规律；Π_n 总大于 π_n。

结论 5　当 $K>1$ 时，$p_1=\dfrac{a+c}{2}-\dfrac{a-c}{2(K+1)}>\dfrac{a+3c}{4}=p_{iav}$，即市场引入价格歧视后，厂商 1 的价格大于任一后动厂商 i 对商品的平均销售价格，先动厂商 1 的售价上界为 $(a+c)/2$，参看图 2。

采取价格歧视销售策略时，先动厂商 1 销售商品的价格大于后动厂商的价格，而每一个后动厂商销售商品的平均价格不受影响。如图 2 所示，当有价格歧视时（$a=1$，$b=1$，$c=0.2$，$n=3$），后动厂商销售商品的平均价格并未改变，先动厂商 1 销售商品的价格如图 1 中的利润一样随着 K 的增大而增大，服从边际递减规律；当 K 较小时，价格歧视策略对先动厂商 1 销售价格改变的影响最为明显。

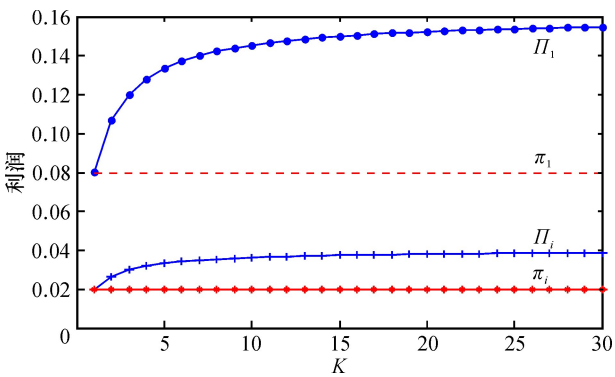


图 1　厂商利润在有无价格歧视时的对比

Fig. 1　Comparison of manufacturers profit with or without price discrimination

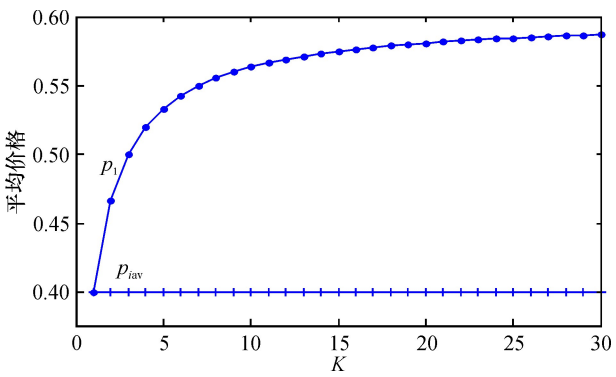


图 2　商品在有歧视时先后动厂商的平均价格对比

Fig. 2　Average price comparison between the first mover and the second mover under the condition of price discrimination

参考文献：

[1] Rand D. Exotic phenomena in games and duopoly models [J]. Journal of Mathematical Economics, 1978, 5 (2): 173-184.

[2] Ewerhart C. Cournot games with biconcave demand [J]. Games and Economic Behavior, 2014, 85: 37-47.

[3] Einy E, Haimanko O, Moreno D, et al. On the existence of Bayesian Cournot equilibrium [J]. Games and Economic Behavior, 2010, 68 (1): 77-94.

[4] Askar S S, Alshamrani A M, Alnowibet K. Dynamic Cournot duopoly games with nonlinear demand function [J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 259: 427-437.

[5] 张宇波，罗先觉，薛均义. 寡占市场中动态古诺模型的建立及稳定性分析[J]. 系统工程理论与实践，2003(11)：54-59.

[6] Kutlu L. Price discrimination in Stackelberg competition [J]. The Journal of Industrial Economics, 2010, 57 (2): 364-364. DOI: 10.1111/j.1467-6451.2009.00382.x.
[7] Leonard R J. Reading Cournot, reading Nash: the creation and stabilisation of the Nash equilibrium [J]. The Economic Journal, 1994, 104: 492-511.
[8] Blanchet A, Carlier G. From Nash to Cournot-Nash equilibria via the Monge-Kantorovich problem [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2014, A372: 20130398. http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2013.0398.
[9] 李天成, 宋奇庆. 非自映射不动点集的稳定性及其在博弈论中的应用 [J]. 桂林理工大学学报, 2018, 38 (1): 155-159.
[10] Pigou A C. The economics of welfare [M]. London: Macmillan, 1929.
[11] 唐小我. 二度价格歧视情形下垄断厂商收益最大化条件 [J]. 电子科技大学学报, 1997, 26 (2): 194-198.
[12] 唐小我. 二度价格歧视的进一步研究 [J]. 管理科学学报, 2001, 4 (1): 7-11.
[13] 唐小我. 三度价格歧视的数量分析 [J]. 管理工程学报, 1999, 13 (1): 37-40.
[14] 薛凤, 钱茜, 陈绍刚. 不完全信息下三度价格歧视的有效性研究 [J]. 数学的实践与认识, 2016, 46 (16): 52-60.
[15] 薛凤, 陈绍刚. 随机需求下三度价格歧视重复博弈的研究 [J]. 数学的实践与认识, 2017, 47 (10): 59-66.
[16] 陈绍刚, 唐小我, 赵蜀蓉. 两厂商情形下二度价格歧视的纳什均衡 [J]. 系统工程理论方法应用, 2003, 12 (4): 303-306.
[17] Hazledine T. Price discrimination in Cournot-Nash oligopoly [J]. Economics Letters, 2006, 93: 413-420.
[18] Hazledine T. Oligopoly price discrimination with many prices [J]. Economics Letters, 2010, 109 (3): 150-153.
[19] Kutlu L. Price discrimination in Cournot competition [J]. Economics Letters, 2012, 117 (3): 540-543.
[20] Bakó B, Kálecz-Simon A. Price discrimination in asymmetric Cournot oligopoly [J]. Economics Letters, 2012, 116 (3): 301-303.
[21] Zhang W L, Song Q Q, Jiang Y R. Price discrimination in dynamic Cournot competition [J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2019: ID 9231582. https://doi.org/10.1155/2019/9231582.
[22] 徐晋, 廖刚, 陈宏民. 多寡头古诺竞争与斯塔尔博格竞争的对比研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2006 (2): 49-54.

Equilibrium analysis of multi-firm stackelberg games with price discrimination

LUO Ping[1], SONG Qi-qing[2], ZHANG Wei-li[3]
(1. College of Science, Guilin University of Technology, Guilin 541006, China; 2. School of Mathematics and Computer Science, Shanxi Normal University, Linfen 041000, China; 3. School of Management Science and Engineering, Dongbei University of Finance and Economics, Dalian 116025, China)

Abstract: Price discrimination is a common phenomenon in the market. Based on multi-firms Stackelberg models, price discrimination is introduced. Such as that, a firm can charge different prices for different groups. The only sub-game perfect Nash equilibrium is given by backward induction and implicit function extremum method. It obtains the relation between the equilibrium and the number of firms as well as groups. The results show that regardless of price discrimination, the optimal output of the first mover is independent of the number of groups and the number of firms in the market. The profit of the first manufacturer has nothing to do with the number of manufacturers. Although the prices are different for different groups for the other firms, the average selling price of the other firms is independent of the number of groups. Comparing with the case without price discrimination, as increasing the number of group classification K, the net increase effect of profit obeys the law of diminishing margin. When the group classification number K is small, the price discrimination strategy improves the profits of all manufacturers most obviously.

Key words: price discrimination; Stackelberg competition; Nash equilibrium; implicit function; market average price

(编辑 任 鹏)